

Landschaftsmaße. Mathematischer Hintergrund und ihre geographische Aussagekraft.

**Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades Doctor rerum naturalium
im Fach Geographie
eingereicht an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Humboldt-Universität zu Berlin**

**VON
Diplommathematiker Olaf Kappler**

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. Jan-Hendrik Olbertz

Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
Prof. Dr. Elmar Kulke

Gutachter/Gutachterin

1. Prof. Dr. Otti Margraf
2. Prof. Dr. Uta Steinhardt
3. Prof. Dr. Josef Strobl

Tag der Verteidigung: 21.05.2015

Kurzfassung

Schon seit langer Zeit, besonders intensiv jedoch in den letzten Jahrzehnten werden Ausschnitte der Geosphäre hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften verglichen und bewertet. Dafür wurden empirisch viele verschiedene Landschaftsmaße gefunden, die diese geometrischen Eigenschaften auf unterschiedlichste Weise in mehreren Ebenen abbilden. Für die unterste Ebene, d.h. für die direkte Bewertung von individuellen, relativ homogenen Landschaftselementen, wird in dieser Arbeit eine Theorie vorgestellt.

Ausgehend von der inhaltlichen Zielstellung der vorliegenden Arbeit wird ein System redundanzfreier Grundmaße theoretisch hergeleitet. Dieses System wird hinsichtlich der mathematischen Eigenschaften untersucht und sowohl mit normierten, abstrakten Objekten als auch anhand von realen Beispieldaten veranschaulicht. Unter Verwendung dieser Grundmaße können dann Landschaftselemente über statistische Verfahren klassifiziert oder komplexere Landschaftsmaße mit gewünschten Eigenschaften je nach praktischer Anforderung konstruiert werden. Die Zusammenhänge von bereits bekannten Landschaftsmaßen und diesen Grundmaßen sowie die Vorgehensweise bei der Ableitung neuer, anwendungsspezifischer, komplexer Landschaftsmaße aus den Grundmaßen werden in dieser Arbeit vorgestellt.

Abstract

For a long time, but especially during the last decades parts of the geosphere were compared and valued using their geometrical properties. Therefore many different landscape measures were found empirically which map these geometrical qualities into several levels in a variety of ways. In this paper there will be presented a theory which deals with the basic level i.e. with these measures which evaluate individual relative homogeneous landscape elements.

Based on the objective of this paper a system of redundance-free basic measures will be deduced theoretically. This system will be studied in regard to its mathematical properties and will be illustrated by using standardized abstract objects and real example data. Landscape elements can be classified using statistical procedures or complex landscape measures with practically requested properties can be constructed by using these basic measures. The relations between well-known landscape measures and these basic measures are shown. The procedure of deduction of new application-specific complex landscape measures from the basic measures are introduced in this paper.

Inhaltsverzeichnis

1	Historischer Abriss zur Verwendung von Landschaftsmaßen	3
1.1	Vorbemerkung	3
1.2	Die vier Stufen der Beziehungen zwischen Mathematik und Geographie . .	4
1.3	Die Entwicklung der Messung und geometrischen Bewertung von Landschaftselementen von den Anfängen bis hin zum umfassenden Einsatz der modernen Rechentechnik	9
1.4	Der breite Einsatz von Landschaftsmaßen in den letzten zwei Jahrzehnten .	23
2	Allgemeine Grundlagen	30
2.1	Verwendete Grundbegriffe	30
2.2	Darstellung von Landschaftseinheiten in Geographischen Informationssystemen	32
2.2.1	Die verwendete Datengrundlage	32
2.2.2	Betrachtete Objekte	34
2.3	Einteilung bzw. Klassifikation der Landschaftsmaße	35
2.3.1	Maße	35
2.3.2	Allgemeine Aussagen	36
2.3.3	Begriffsbestimmung	36
2.3.4	Einteilung der Landschaftselemente- und Landschaftsstrukturmaße	38
3	Theorie der Landschaftsmaße	42
3.1	Probleme bei der Auswahl des geeigneten Landschaftsmaßes	43
3.1.1	Variante 1: Verwendung von Landschaftsmaßen aus vorhandenen GIS-Bibliotheken oder Datenbanken	43
3.1.2	Variante 2: Konstruktion neuer, „passender“ Landschaftsmaße	45
3.1.3	Verdeutlichung der Problematik an einem Beispiel	45
3.2	Der Lösungsansatz	47
3.2.1	Die Eigenschaften der Grundmaße	48
3.2.2	Funktionale Kombination der Grundmaße	51
3.2.3	Veranschaulichung der Theorie	53
3.3	Die fünf Grundmaße	56
3.3.1	Flächenradius	57
3.3.2	Umfangsradius	61

3.3.3	Inkreisradius	65
3.3.4	Umkreisradius	72
3.3.5	Centroidradius	77
3.3.6	Grundlegende Eigenschaften der Grundmaße	81
3.4	Die Darstellung von Landschaftsmaßen mit Hilfe der Grundmaße	90
3.4.1	Eine Grundformel als Beispiel einer funktionalen Verknüpfung	90
3.5	Landschaftsmaße, die auf die fünf Grundmaße zurückgeführt werden können	92
3.5.1	Grundmaße	92
3.5.2	Abgeleitete Maße: Interpretation „bekannter“ Maße auf der Basis der Grundmaße	92
3.5.3	Beispiele für Landschaftsmaße, die mit der Grundformel direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können	94
3.5.4	Beispiele für Landschaftsmaße, die mit Hilfe von anderen Funktionen direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können	96
3.5.4.1	Die Messung der fraktalen Dimension	97
4	Vom inhaltlichen Problem zur Anwendung	101
4.1	Aussagekraft und Interpretationsmöglichkeiten der geometrischen Eigenschaften	101
4.2	Abbildung der geographischen Fragestellung durch die Konstruktion eines Landschaftsmaßes aus den Grundmaßen	104
4.3	Ein Anwendungsbeispiel	107
5	Zusammenfassung und Einordnung der Arbeit	120
5.1	Zusammenfassung der Arbeit	120
5.2	Ausblick	121
5.2.1	Konstruktion von neuen, anwendungsspezifischen Landschaftsmaßen	121
5.2.2	Dreidimensionale Erweiterung der Grundmaße für Landschaftsmaße auf dem Patch-Level	122
5.2.3	Verknüpfung der Grundmaße mit den anderen Maßen des Patch-Levels	122
5.2.4	Erweiterungsmöglichkeiten für die beiden anderen Betrachtungsebenen, die Maße des Class- und Landscape-Level	122
5.3	Fazit	123
	Literaturverzeichnis	123

Einleitung

Große Mengen digitaler räumlicher Daten sind heute relativ leicht zugänglich und können mittels geeigneter Geographischer Informationssysteme verwaltet, analysiert und visualisiert werden.

In den letzten Jahrzehnten werden diese Systeme auch verstärkt als Hilfe bei der Beantwortung landschaftsökologischer Fragestellungen genutzt. Dazu werden auch Landschaftseinheiten, die in diesen Systemen als digitales Abbild vorliegen, hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften interpretiert und bewertet sowie daraus landschaftsökologische Schlussfolgerungen zur räumlichen Ausprägung von Landschaftselementen oder zur Struktur von Landschaftsausschnitten gezogen.

Inzwischen existiert eine große Anzahl an solchen Landschafts- bzw. Landschaftsstrukturmaßen, die häufig auch als Funktionen in ein solches Informationssystem eingebettet sind. Für den praktischen Anwender ist es trotz der Hilfe sehr informativer Datenbanken und trotz zahlreicher Literatur zu diesen Maßen mitunter recht schwierig, das passende Landschaftsmaß zur Abbildung seiner praktischen Fragestellung zu finden.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, eine für den Anwender möglichst verständliche Theorie der Landschaftsmaße aufzustellen und ihm darauf aufbauend, ein praktisches Hilfsmittel zur Suche nach den, der inhaltlichen Aufgabenstellung angemessenen, Parametern zur Verfügung zu stellen.

Ausgehend von der inhaltlichen Zielstellung der vorliegenden Arbeit wird ein System redundanzfreier Grundmaße theoretisch hergeleitet. Dieses System wird hinsichtlich der mathematischen Eigenschaften untersucht und sowohl mit normierten, abstrakten Objekten als auch mit realen Beispieldaten veranschaulicht. Unter Verwendung dieser Grundmaße können dann Landschaftselemente z.B. über statistische Verfahren klassifiziert oder komplexere Landschaftsmaße mit gewünschten Eigenschaften je nach praktischer Anforderung konstruiert werden.

Im *ersten Kapitel* der Arbeit wird ein historischer Abriss der mathematischen Beschreibung flächenhafter geographischer Objekte von den Anfängen der Mathematik und Geographie bis in die Gegenwart gegeben. Die besondere Beziehung zwischen diesen beiden Wissenschaften wird ebenso wie die historische Entwicklung der mathematischen Theorien, die für die hier vorgestellte Problematik von besonderer Relevanz sind, dargestellt.

Die begrifflichen Grundlagen werden im *zweiten Kapitel* der Arbeit behandelt. Ausgehend vom Landschaftsbegriff wird zunächst die Problematik der Darstellung von geographischen Objekten in einem Geographischen Informationssystem (GIS) näher

behandelt, insbesondere in Hinblick auf deren Bedeutung für die geometrische Bewertung von Landschaftseinheiten. Zudem wird in diesem Abschnitt die Einteilung der Landschaftsmaße in Maße, die die räumlich-geometrischen Einheiten von individuellen Landschaftselementen beschreiben und welche, die die Landschaftsstruktur, d.h. die Gefüge von Landschaftselementen, abbilden, inklusive ihrer grundlegenden Eigenschaften vorgestellt.

Im Hauptteil der Arbeit, dem *dritten Kapitel*, wird die Theorie der Landschaftsmaße für relativ homogene Landschaftseinheiten behandelt. So werden zuerst fundamentale Eigenschaften, die alle Maße erfüllen sollten, herausgearbeitet. Dazu gehören beispielsweise die Eindeutigkeit, die Richtungsinvarianz, die Unabhängigkeit von anderen Maßen, die Berechenbarkeit und die Plausibilität bzw. Optimalität im Sinne der inhaltlichen Fragestellung. Ausgehend von fünf relativ leicht interpretierbaren Grundmaßen gleicher Dimension, die ausführlich vorgestellt werden und für die die Erfüllung aller geforderten Eigenschaften gezeigt wird, können dann durch geeignete funktionale Verknüpfungen dieser, z.B. über eine einzige Formel, komplexere Maße zur Bewertung individueller Landschaftseinheiten bestimmt werden. Sowohl diese Grundmaße als auch die komplexeren Maße werden im Anschluss daran mit einem speziell konstruierten Testset und praktischen Beispieldaten veranschaulicht. Ausgewählte andere Landschaftsmaße werden dann hinsichtlich ihrer Aussagekraft mit den, oben angesprochenen, aus den Grundmaßen abgeleiteten Maßen, verglichen.

Im *vierten Kapitel* wird die praktische Anwendung der theoretischen Erkenntnisse vorgestellt. Zunächst wird die Frage nach einer möglichst guten Abbildung eines spezifischen geographischen Problems auf die Maße betrachtet. Dann wird eine Anleitung für eine empfehlenswerte Vorgehensweise bei der Konstruktion eines Landschaftsmaßes, das auf individuelle praktische Problemstellungen zugeschnitten werden kann, gegeben und an einem Beispiel vorgeführt. Auch andere Möglichkeiten der geometrischen Bewertung von Landschaftseinheiten auf der Basis der vorgestellten redundanzfreien Grundmaße unter Einsatz statistischer Verfahren oder eines Expertensystems werden kurz aufgezeigt.

Abschließend wird im *fünften Kapitel* eine Bewertung der Theorie im Vergleich zu bisherigen empirischen Vorgehensweisen vorgenommen. Dabei werden auch die Stellung der Theorie in Bezug auf die beiden, im zweiten Kapitel vorgestellten, Kategorien von Landschaftsmaßen und auf die möglichen Wege ihrer praktischen Anwendung zusammengefasst und ein Ausblick auf eventuelle Weiterentwicklungen gegeben.

1 Historischer Abriss zur Verwendung von Landschaftsmaßen

1.1 Vorbemerkung

Die Betrachtungen zur Geschichte der Landschaftsmaße, die hier nur in Auszügen dargestellt werden soll, da sie nicht der Hauptgegenstand dieser Arbeit ist, hängt sehr entscheidend von der gewählten Begrifflichkeit ab.

Für dieses Kapitel sollen unter Landschaftsmaßen alle messbaren, geometrischen Eigenschaften von Landschaftselementen verstanden werden.

Folglich hängt die Geschichte ihrer Verwendung entscheidend von der Entwicklung der beiden Wissenschaften ab, die die beiden Teile beschreiben, der Geographie, als Wissenschaft, die sich mit der Beschreibung und Erklärung der Erde befasst und der Mathematik, die in diesem Zusammenhang die Messbarkeit von geometrischen Objekten untersucht. Für eine historische Betrachtung ist es daher sinnvoll, sie in den Kontext der allgemeinen Beziehungen zwischen den Wissenschaften Mathematik und Geographie zu stellen. Da eine detaillierte Untersuchung dieser jahrtausendealten Wechselwirkungen den Rahmen dieser Arbeit übersteigen würde, sollen hier nur ausgewählte Aspekte kurz vorgestellt werden.

Beide Wissenschaften gehören zu den ältesten überhaupt. Viele mathematische und geographische Fragestellungen und Problemlösungen sind zum Teil deutlich älteren Ursprungs als die Herausbildung der eigentlichen Wissenschaften, die man für die Mathematik beispielsweise zwischen dem 7. und 5. Jahrhundert v.u.Z. ansetzt (vgl. [105], S. 50 f.; [118], S. 48 ff.). So weiß man aus alten erhalten gebliebenen Aufzeichnungen, dass schon lange davor mathematische Aufgaben gelöst wurden und dass die älteste bekannte Karte sumerischen Ursprungs (etwa 2700 v.u.Z.) ist (vgl. [56], S. 4).

Unter Geographie, deren Bezeichnung aus dem Griechischen kommt und auf Erathostenes von Kyrene (etwa 284 - etwa 200 v.u.Z.) zurückgehen soll (vgl. [56], S. 4) und wörtlich übersetzt Erdbeschreibung heißt, soll in diesem Zusammenhang eine weitaus umfassendere Wissenschaft verstanden werden, da sich viele ihrer Teildisziplinen erst im Laufe der Jahrhunderte abgespalteten und verselbstständigten, wie u.a. die Astronomie, die Meteorologie, die Kartographie, die Geodäsie, die Geophysik.

Gelehrte, die sich mit Fragen und Problemen aus beiden Disziplinen beschäftigten, gab es in ihrer Historie häufiger. Dazu zählen z.B. so bekannte Gelehrte wie Aristoteles, Aristarchos von Samos, Erathostenes von Kyrene, Euklid, Archimedes, Heron, Klaudios

Ptolemaios, Muhammad ibn Musa al-Choresmi, al-Biruni, Ibn Sina, Simon Stevin, J. Bernoulli, Edmund Halley, Anders Celsius, Franz Joseph Gerstner, Christopher Hansteen, Charles Babbage, Carl Friedrich Gauß, O. Ju. Schmidt, A. A. Friedman u.v.a. (vgl. [49]; [62]; [63]; [95]).

Im Abschnitt 1.2 werden die Beziehungen der beiden Wissenschaften etwas näher vorgestellt.

In den beiden dann folgenden Abschnitten 1.3 und 1.4 wird die Entwicklung der Landschaftsmaße als Spezialfall der geometrischen Stufe (vgl. 1.2) aufgezeigt.

Dazu werden grundsätzlich zwei Zeitabschnitte unterschieden. Der Abschnitt 1.3 befasst sich mit dem riesigen Zeitraum von den Anfängen der „Vermessung der Landschaft“ vor mehreren tausend Jahren bis zum Beginn des umfassenden Einsatzes der modernen Rechentechnik, der in diesem Zusammenhang weniger den Stand der Informationstechnik selbst als vielmehr das massenhafte Vorhandensein von und die relativ einfache Zugriffsmöglichkeit auf digitale Geodaten bezeichnen soll. Dieser Zeitpunkt, der im Abschnitt 1.4 näher beschrieben wird, stellt eine Zäsur in der Entwicklung und Anwendung von Landschaftsmaßen dar und kann zeitlich etwa in der Mitte des letzten Jahrzehnts des 20. Jahrhundert angenommen werden.

1.2 Die vier Stufen der Beziehungen zwischen Mathematik und Geographie

Allgemein lassen sich die Wechselwirkungen zwischen Mathematik und Geographie hinsichtlich der zeitlichen Herausbildung auf dem jeweiligen Gebiet in 4 Stufen einteilen:

- die geometrische Stufe
- die geophysikalische Stufe
- die statistische Stufe
- die Stufe des komplexen Eindringens der Mathematik in die Geographie (vgl. [62], S. 36; [95], S. 50).

Hierbei ist zu beachten, dass das „Eintreten in eine neue Entwicklungsetappe nie ganz zum Erlöschen der vorherigen“ führte, „sondern [...] die bereits vorhandenen durch neue, aber weitgehend unabhängige Wechselwirkungsgebiete [ergänzte]“ ([62], S. 36; vgl. auch [95]).

Die geometrische Stufe

Bereits in der Antike, d.h. vor ca. 2500 Jahren begannen sich die Menschen mit Problemen zu beschäftigen, die dieser Stufe zugeordnet werden können. Selbst bis heute

und zumindest auch noch für die nähere Zukunft werden Fragestellungen, die diesem Abschnitt zuzurechnen sind, betrachtet. Dazu gehören u.a. Untersuchungen zu

- der Form und der Größe der Erde
- dem Verhältnis der Größen der Abstände der Erde zu anderen Himmelskörpern
- der Ermittlung der Koordinaten von Orten auf der Erdoberfläche
- der kartographischen Darstellung der Erdoberfläche und ihrer Ausschnitte
- der optimalen Anlage von Verkehrsverbindungen
- der Standortoptimierung
- der Beschreibung und Messung geometrischer Eigenschaften von Ausschnitten der Erdoberfläche (vgl. [62]; [95]).

Derartige Fragestellungen beeinflussten häufig entscheidend die Herausbildung verschiedener mathematischer Theorien, auch wenn diese sich später mitunter sehr weit von diesem Ausgangspunkt entfernten. Dazu gehörten z.B.:

- die Elementargeometrie in der Ebene und im Raum
- die Darstellende Geometrie
- die Sphärische Geometrie
- die Differentialgeometrie
- die Ebene und Sphärische Trigonometrie
- die Fehler- und Ausgleichsrechnung
- die Graphentheorie (vgl. [62]; [95]).

Sehr frühzeitig stellte man die Frage nach Form und Größe der Erde, die gemeinsam mit den Fragen nach dem Verhältnis der Abstände der Erde zu anderen Himmelskörpern und der Ermittlung der Koordinaten von Orten auf der Erdoberfläche den Hauptgegenstand der sogenannten Mathematischen Geographie bzw. der Astronomischen Erdkunde bildete. Heute fallen diese Gebiete eher in die Aufgabengebiete der Astronomie und Geodäsie, aber bis in die ersten Jahrzehnte des 20. Jahrhunderts hinein gehörten sie zur Geographie, und so hatten noch Mathematiker wie z.B. Hermann Wagner oder Siegmund Günther für diese Lehrgebiete geographische Lehrstühle an der Universität Göttingen bzw. an der Technischen Hochschule München inne (vgl. [66]; [95]).

Diese oben genannten Fragen beschäftigen die Menschen nachweislich schon seit der Antike, so war für gebildete Griechen spätestens ab dem Ende des 4. Jahrhunderts v.u.Z.

nachweislich klar, dass die Erde rund ist und gelang es doch bereits Aristarchos von Samos (etwa 310 bis 230 v.u.Z.) auf der Basis von Winkelmessungen die Größenverhältnisse der Radien von Mond, Sonne und Erde und deren Entfernungen zueinander zu bestimmen. Wenn auch diese Verhältnisse wegen Messfehlern numerisch falsch errechnet wurden, schlussfolgerte er bereits aufgrund der Größenverhältnisse ein heliozentrisches Weltbild, das sich jedoch zu dieser Zeit noch nicht durchsetzen konnte (vgl. [49], S. 27; [62], S. 36 f.). Die erste bekannte Bestimmung des Erdumfangs geht auf Erathostenes von Kyrene (etwa 284 bis etwa 200 v.u.Z.) zurück, der außerdem Erdkarten anfertigte, die Erde in Vierecke einteilte und so Vermessungen der Erdkugel vornahm. Auf Hipparchos (etwa 1. Viertel des 2. Jh. bis 127 v.u.Z.) geht unter anderem die Einführung der geographischen Länge und Breite zurück (vgl. [49], S. 136, S. 207; [62], S. 36 f.). Die Beschäftigung mit diesen und noch viele anderen Fragen aus diesen Bereichen reicht bis in unsere heutige Zeit.

Optimale Verkehrsverbindungen und Standortoptimierungen begannen erst sehr viel später zum interdisziplinären Forschungsgegenstand zu werden: „Das Problem der optimalen Eisenbahnverbindung zwischen den Städten Harburg, Bremen, Hannover und Braunschweig führte C. F. Gauß 1836 auf eine Variante des sogenannten Fermat’schen Problems zurück“, das heutzutage „als Steiner-Weber-Problem bezeichnet wird und noch heute seine Bedeutung in der Graphentheorie besitzt“ ([62], S. 37; vgl. auch [94]). Auch dafür gibt es moderne, praktische geographische Anwendungen, z.B. bei der Pipeline-Trassierung.

Des Weiteren fanden Geographen, Nationalökonomien und Regionalwissenschaftler mitunter zu Theorien, die in diese Stufe gehören. Als Beispiel seien hier nur „Der isolierte Staat [...]“ von Johann Heinrich v. Thünen (1783 - 1850) (vgl. [107]), die Standorttheorie von August Lösch (1906 - 1945) (vgl. [80]) oder die Theorie der zentralen Orte, basierend auf den Arbeiten von Walter Christaller (1893 - 1969) genannt. (vgl. [33]). Für letztere gibt er selbst an, wie er zu dieser Theorie kam (vgl. [32]).

Zur zeitlichen Einordnung dieser und anderer Vertreter der Geographie gibt es auf den Seiten 124-125 in Peter Haggetts „The Geographer’s Art“ [51] eine interessante Übersicht, die bedeutende Geographen und ihre Hauptforschungsrichtungen im Zeitraum zwischen 1775 und 1975 zeigt.

Die Beschreibung und Messung geometrischer Eigenschaften von Ausschnitten der Erdoberfläche ist der Gegenstand dieser Arbeit und wird detaillierter in den Abschnitten 1.3 und 1.4 behandelt.

Mit den Problemen der kartographischen Darstellung von Ausschnitten der Erdoberfläche, deren Untersuchung und Lösung nach Überlieferungen bereits in der griechischen Antike begannen, beschäftigt man sich in den Wissenschaften jedoch bis heute, beispielsweise bei der Darstellung von Geodaten in Computermodellen der Landschaft. Das zeigt, dass sich die Fragestellungen zu diesem Thema im Laufe der Zeit zwar wandeln können, aber das Forschungsgebiet als solches noch keineswegs erschöpfend bearbeitet wurde.

Die geophysikalische Stufe

Im islamischen Mittelalter beginnend und bis zur Gegenwart reichend beinhaltet diese Stufe u.a. folgende Untersuchungsobjekte:

- Sonneneinstrahlung
- Tages- und Jahreszeiten
- Witterung und Klima
- Wind und Gezeiten
- Erdmagnetismus
- Geotektonik.

Bedeutende Wissenschaftler des islamischen Mittelalters waren z.B. Ibn Sina (980 - 1037) (vgl. [63], S. 64; [95], S. 49), besser bekannt als Avicenna und Al-Biruni (973 - 1048) (vgl. [2]). Ersterer versuchte u.a. Antworten auf viele geophysikalische Fragestellungen zu finden, Wettererscheinungen zu erklären und letzterer untersuchte die Natur der Sonnenstrahlen und Klimaunterschiede (vgl. [2], S. 56 ff. und S. 62 f.). Sehr berühmt ist auch der Bau eines Erdglobus durch Al-Biruni und sein Experiment zur Bestimmung des Erdumfangs (vgl. [2], S. 92 ff.). Die Arbeiten von Simon Stevin (1548 - 1620) zur Trockenlegung der Zuiderzee und zur Erosion und Akkumulation durch fließendes Wasser und deren Anwendungen bei Schleusenkonstruktionen sowie der Freihaltung von Schiffahrtswegen, die von Edmund Halley (1656 - 1742), der sich intensiv mit dem Erdmagnetismus befasste, 1701 die erste Karte der Missweisung erstellte, das Nordlicht als erdmagnetisches Phänomen erklärte und den Salzgehalt untersuchte und die Inspiration der theoretischen Untersuchungen der Vektorfelder von Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855) als Ergebnis der Forschungen zum Erdmagnetismus durch Christopher Hansteen (1784 - 1873) gehören ebenso in diese Stufe, wie die seismologischen und meteorologischen Theorien (vgl. [63], S. 64; [95], S. 51).

Die statistische Stufe

Die statistische Stufe begann etwa im 17. Jahrhundert, als eine Art Staatskunde, die sich der Zahlen und kartographischen Darstellungen bediente. Die Gegenstände der Untersuchungen waren und sind häufig geographischer und die Untersuchungsmethoden bis heute mathematischer Art.

William Petty (1623 - 1687) berechnete mit Methoden der sogenannten politischen Arithmetik die Sterbestatistik und die statistische Zusammensetzung der Bevölkerung europäischer Großstädte, ermittelte 1683 das Wachstum der Londoner City und „war der erste, der auf der Basis statistischer Daten die politische Ökonomie Englands, Frankreichs

und Irlands zu begründen suchte.” ([49], S. 366; vgl. auch [63] S. 64). Schon ab 1660 gab es zur Statistik Vorlesungen an verschiedenen Universitäten. Als ein Begründer der beschreibenden bzw. vergleichenden Statistik, welche die Gebiete nach Inhalten und nicht nach Ländern ordnete, gilt A. F. Büsching (1724 - 1793), der sie als Teilgebiet der Geographie verstand. Berechnungen von E. Halley (1656 - 1742) zur ersten sogenannten Sterbetafel und W. Kersseboom (1691 - 1771) zur Einwohnerzahl von Holland und Westfriesland sind frühe Beispiele aus der Bevölkerungsgeographie.

Allgemeine Lösungen solcher und noch komplizierterer statistischer Probleme wurden hingegen erst mit der Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Statistik, die auf Jakob I. Bernoulli (1654 - 1705) zurückgehen soll, möglich (vgl. [49], S. 48 f.; [63], S. 64).

Von vielen weiteren, sehr bekannten Mathematikern, wie z.B. L. Euler (1707 - 1783), A. de Moivre (1667 - 1754), P. S. de Laplace (1749 - 1827), C. F. Gauß (1777 - 1855) oder L. A. J. Quetelét (1796 - 1874), dem Begründer der mathematischen Statistik, wurden sowohl die Wahrscheinlichkeitsrechnung als auch die mathematische Statistik weiterentwickelt (vgl. [63]; [49]) und finden heute noch in den Geowissenschaften z.B. in Form der Spatial Analysis und Statistical Geography (z.B. [19]; [50]; [39]; [11]; [12]) breite Anwendungen, so auch im Bereich der Landschaftsstrukturmaße (vgl. Abschnitt 2.3.3).

Die Stufe des komplexen Eindringens der Mathematik in die Geographie

Der Mathematisierungsprozess der Geographie, der etwa in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts mit der sogenannten „Quantitativen Revolution“ begann, dessen Untersuchungen über den Rahmen dieser Arbeit weit hinaus führen würde, bildet die 4. Stufe der Beziehungen der beiden Wissenschaften.

Im Zuge dieser Revolution gab es neben den Bestrebungen, mathematische Verfahren in großem Umfang für geographische Forschungen zu nutzen, auch die, die Geographie als Wissenschaft stärker an die mathematische Denkweise anzupassen. Als Vertreter seien hier an dieser Stelle nur stellvertretend William Bunge 1962 mit seiner „Theoretical Geography“ (vgl. [28]), Peter Haggett 1965 mit seiner „Locational Analysis in Human Geography“ (vgl. z.B. die deutsche Übersetzung in [50]), Dietrich Bartels 1968 mit seinem Buch „Zur wissenschaftstheoretischen Grundlegung einer Geographie des Menschen“ (vgl. [15]) oder auch David Harvey 1969 mit seinem Werk „Explanation in Geography“ (vgl. [53]) und J. G. Sauschkin 1976 mit seinem Buch „Istorija i Metodologija geograficheskoi Nauki“ (vgl. z.B. die deutsche Übersetzung in [92]) genannt.

Als Beispiel, was Bunge unter der Mathematisierung verstand, zitierte er u.a. den amerikanischen Mathematiker Moses Richardson folgendermaßen: „To mathematize a subject does not mean merely to introduce equations and formulas into it, but rather to mould and fuse it into a coherent whole, with its postulates and assumptions clearly recognized, its definitions faultlessly drawn, and its conclusions scrupulously exact.”

([28], S.2), um dann anschließend diese Statements in seinem theoretischen Gebäude anzuwenden. Harvey gibt in seinem Werk, nachdem er den Zustand der Geographie kritisch analysiert, die Richtung eines solchen Mathematisierungsprozesses vor (vgl. [53]).

Auch wenn sich diese Wissenschaftsauffassungen bis heute nicht in der allgemeinen geographischen Praxis durchsetzen konnten, so beeinflussten sie einige Wissenschaftler dennoch nachhaltig, die entsprechend nicht nur mathematische Verfahren ausschließlich anwenden, sondern stattdessen auch geographische Theorien auf Basis mathematischer Denkweisen begründen oder bestehende unter diesen Gesichtspunkten auf den Prüfstand stellen. Als Beispiel sei hier nur an die Feldtheorie von Brian B. J. L. Berry gedacht (vgl. z.B. [18]). Diese Theorie steht dafür, dass viele Zusammenhänge und Methoden in einer Disziplin, die zuerst einmal empirisch gefunden wurden, irgendwann eine „kritische Masse“ erreichen, so dass als Basis für die weitere Forschung ein theoretisches Gebäude benötigt wird, das diese in eine gewisse Ordnung bringt.

Als weiteren Beleg für die sehr komplexe Beeinflussung der Geowissenschaften durch ebenso komplexe mathematisch-physikalische Theorien sei an dieser Stelle des Weiteren auf die Anwendungen der Systemtheorie in der Geographie hingewiesen (vgl. dazu z.B. [8]; [6]; [30]; [56]; [83]).

1.3 Die Entwicklung der Messung und geometrischen Bewertung von Landschaftselementen von den Anfängen bis hin zum umfassenden Einsatz der modernen Rechentechnik

Als Landschaftselement soll im Zusammenhang des historischen Abrisses lediglich ein Ausschnitt der Erdoberfläche verstanden werden. Die mathematischen und geometrischen Betrachtungen beziehen sich dann auf ein ebenes Abbild dieses Ausschnittes. Alle Funktionen, die solchen Landschaftselementen Werte zuordnen, werden im Kontext dieses Kapitels der Einfachheit halber und zum besseren Verständnis als Landschaftsmaß bezeichnet.

Bemerkung. Zum verwendeten Begriffsgebäude im Rahmen dieser Arbeit sei hier auf Abschnitt 2.1 verwiesen. Die historische Entwicklung dieser Begrifflichkeiten ist für die hier vorgenommenen methodologischen Untersuchungen eher von untergeordneter Bedeutung und wird daher im Folgenden nicht näher betrachtet.

Die Vermessung von Landschaftselementen und die geometrische Beschreibung ihrer Eigenschaften war mit großer Sicherheit schon in den frühen Kulturgeellschaften, spätestens seit dem Beginn des Ackerbaus und der Herausbildung von Eigentumsverhältnissen an Grund und Boden von großer Bedeutung. Es ist natürlich nicht zu erwarten, dass umfassende Landschaftsanalysen und Beschreibungen von großen Gebieten nach unserem

heutigen Verständnis erbracht wurden, da sogar bis zum umfassenden Einsatz der modernen Rechentechnik, also bis zur letzten Dekade des 20. Jahrhunderts, kaum genügend Daten zu den Landschaftselementen vorhanden waren.

In diesem Abschnitt sollen daher, zeitlich geordnet, bekannte, wesentliche Erkenntnisse und Fortschritte bei der geometrischen Charakterisierung von Landschaftselementen im weiteren Sinne bis zum massenhaften Zugang zu solchen Daten in digitaler Form vorgestellt werden. Dabei werden hier nur die mathematischen Ideen und Theorien betrachtet, die in Beziehung zum Gegenstand der Arbeit stehen.

Anfänge und erste Ansätze im alten Orient

Zum alten Orient zählen in diesem Abschnitt Mesopotamien und Ägypten. In beiden Gebieten war die Mathematik sehr praxisorientiert, was den Schluss zulässt, dass sie auch auf Fragen der Vermessung von Flächen angewendet worden sein musste.

Das Problem besteht vor allem darin, dass nur sehr wenige Aufzeichnungen bis heute erhalten geblieben sind. Da diese alten Hochkulturen sehr unterschiedliche Materialien dafür nutzten, ist auch unser heutiges Wissen über sie höchst unterschiedlich: In Mesopotamien verwendete man Tontäfelchen, die gebrannt wurden und sehr gut die Jahrtausende überdauern konnten. Der Papyrus, den die Ägypter verwendeten, blieb zum Teil dank des trockenen Klimas in der Region erhalten. Bambus und Rinde waren die bevorzugten Aufzeichnungsmaterialien der chinesischen und indischen Hochkulturen und überlebten daher die Jahrtausende nur bruchstückhaft. Obwohl die Chinesen schon etwa seit dem 2. Jahrhundert v.u.Z. Papier einsetzten, sind kaum ältere Fundstücke als aus dem 7. Jahrhundert u.Z. vorhanden (vgl. auch [105], S. 34 ff.). Daher konnte über den damaligen Wissenstand dieser beiden, letztgenannten Hochkulturen bisher wenig in Erfahrung gebracht werden.

Ägypten

Die ältesten, erhaltenen Überlieferungen stammen aus zwei mathematischen Papyri, dem „Papyrus Rhind“ und dem „Moskauer Papyrus“, die beide eine Sammlung von Mathematikaufgaben enthalten und wahrscheinlich aus dem 18. Jahrhundert v.u.Z. stammen, sich aber auf ältere Vorlagen beziehen müssen (vgl. [118], S. 34 ff.).

Die sogenannten Schreiber, die wichtige Posten in der ägyptischen Gesellschaft bekleideten, mussten z.B. Probleme der Feldvermessungen und Projektierungen von Bauwerken lösen. Insbesondere die häufigen Nilüberschwemmungen stellten sie dabei vor große Herausforderungen. Die Ägypter hatten bereits ein Äquivalent für den Winkel, kannten einfache und zusammengesetzte Flächenzerlegungen und konnten geradlinig begrenzte Flächen berechnen (vgl. [118], S. 37).

Das bedeutet für den Gegenstand dieser Arbeit, dass damit die alten Ägypter bereits über Kenntnisse verfügt haben, die es ihnen ermöglichten, zumindest geradlinig begrenzte

Areale hinsichtlich einiger geometrischer Eigenschaften, zumindest ihres Flächeninhaltes und Umfangs, zu vergleichen.

Mesopotamien

Verglichen mit der altägyptischen Mathematik war die mesopotamische vermutlich auf einem viel höheren Niveau. Die ältesten erhaltenen Keilschrifttexte mathematischen Inhalts auf Tontafeln stammen aus dem sumerischen Reich, aus Ur von etwa 2100 v.u.Z. bzw. aus dem altbabylonischen Reich, aus Uruk etwa von 1800 bis 1530 v.u.Z. (vgl. [105]; [118]).

Das Zweistromland lebte von künstlicher Bewässerung. Um Kanäle und Dämme zu bauen und die Felder entsprechend zuzuteilen, mussten die entsprechenden geometrischen Kenntnisse vorhanden sein. Die babylonische Geometrie kombinierte bereits die Flächen von Feldern (Landschaftsobjekten) mit konkreten Attributen in ihren Rechnungen, in dem die Gesamterträge von Ländereien abhängig vom spezifischen Ertrag als Funktion der Güte des Bodens ermittelt wurden. Ihnen waren bereits Proportionalitäten und indirekt auch der Kotangens sowie in praktischen Anwendungen der pythagoreische Lehrsatz (weit vor Pythagoras) bekannt. Recht häufig sind in den Überlieferungen sogenannte Verteilungsaufgaben zu finden: die Verteilung der Abgaben bei Feldern mit unterschiedlichem spezifischen Ertrag oder auch die Verteilung eines Erbes in Geld oder Felderflächen an Brüder, wobei der Erbteil nach der Geburtsreihenfolge gestaffelt wurde und auf arithmetische Reihen führte (vgl. [118]).

Bemerkung. Um das dann aber in der Praxis auch umsetzen zu können, mussten sich diese rechnerischen Ergebnisse in den realen Flächenanteilen widerspiegeln, d.h. mit Sicherheit wurden hier schon Bewertungen von Landschaftselementen vorgenommen, hinsichtlich des Flächeninhalts, des Zusammenhangs von Teilstücken und das kombiniert mit den Attributen des spezifischen Ertrags.

Antike

Etwa im 6. Jahrhundert v.u.Z. entstand in den griechisch-ionischen Stadtstaaten an der Küste Kleinasien und den vorgelagerten Inseln die Mathematik als Wissenschaft, als deren Urvater Thales von Milet (etwa 625 - 547 v.u.Z.) gilt, der u.a. auf der Grundlage der ägyptischen Geometrie neue geometrische Erkenntnisse erzielte und Sätze erstmals explizit formulierte und bewies, die jedoch schon vor seiner Zeit dem Inhalt nach bekannt waren (vgl. [49]; [105]; [118]).

Als weiterer bedeutender Gelehrter der griechischen Geometrie sei Hippokrates von Chios genannt, der berühmteste Geometer des 5. Jahrhunderts v.u.Z., der sowohl den Zusammenhang zwischen Peripheriewinkel und Bogen und den Verallgemeinerungen des Satzes des Pythagoras sogar für stumpf- und schiefwinklige Dreiecke kannte, das regelmäßige Sechseck und den Umkreis eines Dreiecks konstruieren konnte, den Begriff der

Ähnlichkeit verwendete als auch jedes Polygon in ein flächengleiches Quadrat verwandeln konnte (vgl. [118], S. 51). Er entdeckte die sogenannten „Möndchen“. Das sind krummlinig begrenzte Flächen, die sich konstruktiv in flächengleiche Quadrate verwandeln lassen. Außerdem befasste er sich mit dem Problem der Quadratur des Kreises und schrieb über diese Dinge in einer axiomatischen Abhandlung, die bereits zeigte, dass die Mathematiker zu jener Zeit bereits ein geordnetes System der Ebenen Geometrie besaßen, in dem sich das deduktive Prinzip voll durchgesetzt hatte (vgl. [105], S. 52).

Diese erste Zeit der griechischen Mathematik entsprach in etwa schon unserer modernen Einteilung der Mathematik hinsichtlich der Mischung arithmetischer und geometrischer Schluss- und Vorstellungsweisen.

Unter den zeitweilig relativ mächtigen Pythagoreern, einem Geheimbund mit Sektencharakter, der von Pythagoras von Samos (etwa 580 - 500 v.u.Z.) gegründet wurde, veränderte sich diese Betrachtungsweise jedoch stark, da diese das Wesen der Welt durch die Harmonie der Zahlen zu erklären versuchten und u.a. daraus resultierend, eine Praxisfeindlichkeit der Mathematik begründeten. In direkter Anknüpfung an diese Auffassungen wurde das von dem sehr einflussreichen, idealistischen Philosophen Platon (427 - 347 v.u.Z.) vertreten, was in der Endkonsequenz zu einer recht lang anhaltenden Loslösung der Mathematik von praktischen Anforderungen führte und mitunter bis in unsere heutige Zeit hinein zu spüren ist. Die wahrscheinlich am Pentagramm gemachte Entdeckung der Inkommensurabilität von Strecken, deren Länge sich nicht durch das Verhältnis ganzer Zahlen ausdrücken lässt, modern gesprochen also irrational ist, führte zu einer ideologischen Krise des Geheimbundes und der Mathematik, die erst später z.B. durch Theodoros von Kyrene (etwa 460 - etwa 399 v.u.Z.), der wahrscheinlich mit Methoden der geometrischen Algebra z.B. bewies, dass $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ..., $\sqrt{17}$ irrational sind, Eudoxos von Knidos (etwa 400 - etwa 347 v.u.Z.) und Demokrit (etwa 460 - etwa 370 v.u.Z.) überwunden wurde (vgl. [49]; [105]; [118]).

Eudoxos, der eine Größenlehre, die auch irrationale Größen beinhaltete, schuf, definierte Proportionen und legte den Grundstein zu einer Art Analysis, die auf der Vorstellung basierte, dass man den Flächeninhalt krummlinig begrenzter Figuren, durch das Ein- bzw. Umschreiben von Polygonen annähern könne und zwar im Sinne einer beliebig guten, „erschöpfenden“ Annäherung (vgl. [97]; [118]).

Schon mit dieser so genannten „Exhaustionsmethode“ ließe es sich auch nach heutigem Kenntnisstand noch begründen, dass eine modellhafte Abbildung krummlinig begrenzter Landschaftsobjekte, z.B. im ebenen Fall durch Polygone beliebig genau realisiert werden kann. Mit diesem Verfahren gelang es Eudoxos Sätze exakt zu beweisen, die z.B. Demokrit durch atomistisch-heuristische Überlegungen fand, z.B. die für die Volumina von Kreiskegel und Pyramide (vgl. [97]).

In der anschließenden hellenistischen Periode (336 - 30 v.u.Z.), also etwa vom Regierungsantritt Alexander des Großen bis zur Eroberung Ägyptens durch die Römer, entstanden die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, und Alexandria wurde zum wissenschaftlichen Mittelpunkt der Welt. Dort wirkte einer der einflussreichsten

Mathematiker aller Zeiten, der auch für den Gegenstand unserer Arbeit von großer Bedeutung ist: Euklid, der etwa um 300 v.u.Z. lebte, über dessen Leben man aber nur sehr wenig weiß (vgl. [97]; [105]; [118]).

Sein Hauptwerk „Die Elemente“ bildete das Fundament für alle weitergehenden und spezielleren mathematischen Untersuchungen, die z.T. von ihm selbst, aber auch vielen anderen Gelehrten jener Zeit durchgeführt wurden und diente so fast zwei Jahrtausende als Lehrbuch der Geometrie. Dieses Gesamtwerk ist deduktiv aufgebaut, beinhaltet Definitionen, Axiome, Postulate und Sätze. Mögen aus heutiger Sicht auch seine Definitionen nicht der Formalen Logik entsprechen, sein Axiomensystem „überflüssige Axiome“ enthalten und überdies auch nicht vollständig sein, so sind doch all seine Sätze korrekt und seine Beweisideen fast alle auch im modernen Sinn anwendbar (vgl. [97]; [118]).

Bemerkung. Für die vorliegende Arbeit ist dieses Werk deshalb von so großer Bedeutung, da „Die Elemente“ bereits in den ersten sechs der dreizehn Bücher fast die gesamten Kenntnisse der Elementargeometrie beinhalten, die für die vorliegende Theorie der Landschaftsmaße von Bedeutung sind. Damit waren die ebenen Figuren, insbesondere Kreise und Polygone mit Flächeninhalten, Umfängen und In- sowie Umkreisen, Zerlegungen in Dreiecken usw. bereits damals bekannt (vgl. Abschnitte 3.3.1 bis 3.3.4).

Der Höhepunkt der antiken Mathematik wurde mit Archimedes (etwa 287 - 212 v.u.Z.) erreicht, der gleichzeitig auch Begründer der mathematischen Physik war und Erkenntnisse gewann, die wir heute der Integralrechnung zuordnen würden. So berechnete er die Inhalte von krummlinig begrenzten Flächen und Körpern. Auf Archimedes gehen auch viele gelöste, praktische Probleme zurück und in seiner „Methodenlehre“ legte er dar, dass er den Inhalt seiner Sätze zuerst durch mechanisch-physikalische Überlegungen und Analogien fand und sie erst danach exakt bewies. So stammt von Archimedes bereits eine Abschätzung für die auch für die Fragestellungen unserer Arbeit sehr bedeutsame Kreiszahl π mit $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$ (vgl. [118], S. 74).

Er führte Untersuchungen zur geometrischen Statik, zum Gleichgewicht und zum Schwerpunkt ebener Flächen durch (vgl. [5]).

Bemerkung. Gerade dieser Schwerpunkt ist für die vorliegende Arbeit von großer Bedeutung (vgl. Abschnitt 3.3.5).

Viele weitere nachfolgende, griechische Mathematiker wie Apollonius von Perge (etwa 240 - etwa 190 v.u.Z.), Hipparchos von Nikäa (etwa 1. Viertel des 2. Jh. bis 127 v.u.Z.) und Heron von Alexandria (um 100 u.Z.) lieferten zahlreiche eigene Beiträge und Verbesserungen der bestehenden Theorien. So hatte Heron von Alexandria viele, aus heutiger Sicht, einfache Maschinen erfunden, darunter auch den für unsere Fragestellung bedeutsamen Diopter, ein Vermessungsgerät für die Landmessung (vgl. [49]; [118]).

Während der römischen Zeit nahm die Innovation in allen Bereichen der Mathematik, also auch in der Geometrie stark ab. Natürlich gab es weiterhin einige große Gelehrte, wie z.B. Klaudios Ptolemaios (etwa 85 - etwa 165), Diophantos von Alexandria (um 250) oder Pappos von Alexandria (um 300), aber hauptsächlich bestand die Tätigkeit der Wis-

senschaftler in dieser Zeit in der ausführlichen Kommentierung der Ergebnisse der Vorzeit. Diese Kommentare erläuterten Aufgaben, Definitionen, Sätze und Zusammenhänge und stellten mitunter beachtliche Leistungen dar, die auch Neuentdeckungen enthielten, aber im Sinne unserer Fragestellung gab es keine entscheidenden, neuen Entwicklungen (vgl. [49]; [118]).

Indien und China

Die indische Mathematik, deren Überlieferungen bis ins 2. Jahrtausend v.u.Z. reichten, deren Hauptwerke aber zwischen dem 2. und 16. Jahrhundert unserer Zeitrechnung entstanden, waren in den meisten Theorien wohl nicht so hoch entwickelt, wie die antike, griechische. Man verfügte über „gediegene geometrische Kenntnisse: Inhaltsbestimmung geradlinig begrenzter Flächen, Satz des Pythagoras, Näherungsrechnungen für Diagonalen (z.B. für $\sqrt{2}$), die Erweiterung der Heronschen Dreiecksformel auf Sehnenvierecke u.a.m. [...]“ ([118], S. 96). Hervorzuheben ist jedoch, dass Indien das Ursprungsland der modernen Trigonometrie, der Null und des dezimalen Positionssystems ist (vgl. auch [57]).

In der chinesischen Mathematik, der wir die Dezimalbrüche und wohl auch die negativen Zahlen verdanken, gilt als bedeutendstes Werk die „Mathematik in neun Büchern“, die möglicherweise aus dem 3. Jahrhundert v.u.Z. stammt, aber in einer Fassung von Liu Hui von 263 u.Z. erhalten geblieben ist. Das ist ein, an praktische Bedürfnisse, angepasstes Sammelwerk für verschiedenste Problemgruppen, zum Teil mit gehobenem theoretischen Anspruch über Wirtschafts- und Verwaltungsprobleme wie Feldvermessungen, Kanal- und Deichbau, Befestigungsbau, Steuerberechnung usw. (vgl. [57]; [118]), dem zu entnehmen ist, dass viele praktische Aspekte der ebenen Geometrie bekannt waren und angewandt wurden.

Islamische Mathematik

Der islamischen Mathematik, mit ihrer Blütezeit von etwa 750 bis in die Mitte des 13. Jahrhunderts, verdanken wir neben der Algebra, benannt nach al-Hwarizmi, auch bekannt als al-Choresmi, (zweite Hälfte des 10. Jahrhunderts), vor allem die Bewahrung vieler Erkenntnisse aus den Werken der griechischen Mathematik für die Nachwelt, da diese von islamischen Gelehrten abgeschrieben und übersetzt wurden und ihr Wissen so vor dem Vergessen gerettet wurde.

Dabei wurde die technische und praktische Seite der griechischen Mathematik etwas stärker betont. Sie kombinierten diese mit den Erkenntnissen aus Indien und China und kamen auch so zu neuen, eigenen Ergebnissen, so z.B. auf dem Gebiet der Trigonometrie (vgl. [57]; [105]; [118]).

Seit dem 12. Jahrhundert flossen umfangreiche Teile der islamischen Mathematik, sowohl die ursprünglich antiken Teile als auch die Eigenentwicklungen in Europa ein, das nach dem Niedergang des Römischen Reichs in wissenschaftlicher Hinsicht weit hinter den

antiken Kenntnisstand zurückgefallen war. In Übersetzerschulen, z.B. in Toledo wurden arabische Texte über Vermittlersprachen wie hebräisch oder kastilisch ins Lateinische übersetzt. Dazu zählten z.B. um 1140 das Rechenbuch von al-Hwarizmi oder die arabische Übersetzung einer Euklid-Auswahl um 1150 (vgl. [118]).

Damit fand Europa wieder langsam Anschluss an das Weltwissen jener Zeit.

Von den Anfängen der Geometrie in der westlichen Welt im Mittelalter bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts

Dieser Zeitabschnitt reicht vom 12. Jahrhundert bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts und umfasst territorial neben Europa, auch die damaligen Kolonien europäischer Staaten und die daraus später entstandenen Nationalstaaten.

Bemerkung. Von wenigen personellen Ausnahmen abgesehen, spielten selbst die USA bis ins 20. Jahrhundert hinein für die hier interessierenden Fragestellungen eine eher untergeordnete Rolle.

Einige Gelehrte begannen im 12. Jahrhundert die Erkenntnisse der griechischen Mathematik auf mehreren Gebieten weiterzuentwickeln. Genannt sei an dieser Stelle Leonardo Fibonacci (etwa 1170 - etwa 1250), dem beispielsweise in seiner „Practica geometriae“ Beweise für Sätze aus der ebenen Geometrie gelangen, die den Griechen zwar bekannt waren, aber von ihnen damals noch nicht bewiesen werden konnten (vgl. [57]; [49]).

Hervorzuheben sei hier auch die Einführung der Dezimalbrüche durch Simon Stevin (1548 - etwa 1620) und vor allem die Entdeckung der Logarithmen im 16. Jahrhundert, um die sich besonders John Napier (1550 - 1617) verdient gemacht hatte (vgl. [49]; [118]).

Von wesentlicher Bedeutung für die Verbreitung der Theorien und ihre Anwendungen war es, dass etwa ab dem 14. Jahrhundert Bücher über „praktische Arithmetik“ und „praktische Geometrie“ zum Teil auch in den Nationalsprachen verbreitet wurden, zuerst als Handschriften und später auch als gedruckte Exemplare. Ein Beispiel dafür vom Ende des 14. Jahrhunderts war die „Kulmer Geometrie“, ein fünfteiliger Leitfaden über die praktische Landvermessung (vgl. [57]).

Viele große Entdeckungen in der Geschichte der Mathematik hängen mit unserer Fragestellung zusammen. Daher seien an dieser Stelle noch einige weitere erwähnt:

Durch René Descartes (1596 - 1650) und Pierre de Fermat (1601 - 1665) wurden die Grundsteine für eine analytische Geometrie gelegt, ohne die auch die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Berechnungen und unsere heutige koordinatenbezogene Denkweise nicht möglich gewesen wäre.

Die hauptsächlich von Isaac Newton (1643 - 1727) und Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) begründete Differential- und Integralrechnung gehören auch in diese Kategorie, da sie z.B. schon bei der Bestimmung von Flächeninhalten krummlinig begrenzter Objekte notwendig wird. Erst recht Beiträge von Leonhard Euler (1707 - 1783) und insbesondere die grundlegenden Arbeiten von Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855) im

Bereich der Vermessung, Kartographie und Geodäsie sowie auf vielen anderen Gebieten, bilden weitere wesentliche Voraussetzungen für heutige geometrische Betrachtungen der Abbilder der Landschaftsausschnitte (vgl. [38]; [49]; [105]).

Die insbesondere für die Spatial Analysis fundamentalen Erkenntnisse der Statistik, die für die Landschaftsmaße, die auf Klassen von Objekten oder ganze Strukturen angewendet werden, von immenser Bedeutung sind und auch in diesem Zeitraum gemacht wurden, seien hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt (vgl. auch 1.2), da sie für die vorliegende Arbeit nur von untergeordneter Bedeutung sind.

Bemerkung. Obwohl sich in den hier beteiligten Wissenschaften in dieser großen Zeitspanne sehr viel veränderte und viele große, bedeutende Entdeckungen gemacht wurden, insbesondere auch wegen der rasanten gesellschaftlichen Umwälzungen und des enormen technischen Fortschritts, passierte in Hinblick auf die Belange der Landschaftsmaße im Zeitraum vom 12. Jahrhundert bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts recht wenig. Das hatte hauptsächlich wohl zwei Gründe:

1. Die für die geometrische Bewertung von Landschaftselementen nötigen, elementargeometrischen Kenntnisse sind zu dieser Zeit, eigentlich schon seit der griechischen Antike, spätestens seit Archimedes, hinreichend bekannt und nicht mehr Gegenstand mathematischer Forschung. Viele Verfahren und Methoden, die wir heute benutzen, wurden seitdem zwar entwickelt und vervollkommenet, aber das Wissen an sich gehörte praktisch schon zur mathematischen Allgemeinbildung, so dass es insbesondere in den letzten hundert Jahren des Zeitraums bereits größtenteils im Schulunterricht, zumindest in dem der höheren Schulen, behandelt wurde.

2. Für großangelegte Vergleiche von Landschaftselementen hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften fehlte schlichtweg die Datenbasis. Daher bestand auch aus anderen Wissenschaften noch kein wirklicher Bedarf an Lösungen derartiger Fragestellungen. Natürlich mag es im Rahmen der Statistik und für kartographische Fragen durchaus Interesse an Vergleichen von administrativen Einheiten, ganzen Ländern oder Ländergrenzen gegeben haben. Jedoch schon wegen des Aufwands musste das zu jener Zeit immer auf wenige, einzelne Objekte beschränkt bleiben.

Im Bereich der Geowissenschaften kamen gegen Ende dieses Betrachtungszeitraumes laut Peter Haggett in einem völlig anderen Bereich aus praktischen Gründen Untersuchungen zur Gestalt von geometrischen Objekten auf. So entwickelten z.B. bereits Krumbein 1941 in einer Arbeit mit dem Titel „Measurement of geologic significance of shape and roundness of sedimentary particles.“ und Pettijohn 1957 in „Sedimentary rocks“ Indizes zur Charakterisierung der Form von Sedimentpartikeln, um die Dynamik von diesen besser beschreiben zu können (vgl. [50], S. 284 f.). Da die dort behandelten Indizes zu späteren Zeitpunkten von Geographen auf völlig andere, uns hier interessierende Fragestellungen angewandt wurden, werden sie im nächsten Abschnitt noch etwas näher erläutert. Eine weitere Quelle nennt bereits für 1932 den Index von Horton, der die Gestalt von Flusseinzugsgebieten charakterisieren wollte und die längste Achse L des

Einzugsgebietes, gemessen von der Mündung zur gegenüberliegenden Seite, womit man hier eigentlich den Durchmesser des Umkreises für das Gebiet meinte (vgl. 3.3.4), zum Flächeninhalt des Gebietes A ins Verhältnis setzt: $S_{Horton} = \frac{L^2}{A}$ (vgl. auch Abbildung 1.1 und vgl. [93], S. 159) und damit als sehr frühe geographische Anwendung angesehen werden kann.

Von der Mitte des 20. Jahrhunderts bis zum umfassenden Einsatz der modernen Rechentechnik

Erste Ansätze in der Geographie während der quantitativen Revolution

Während der später so genannten quantitativen Revolution in der Geographie, als verschiedenste mathematische Verfahren und Theorien in den Geowissenschaften Einzug hielten (vgl. z.B. [29]; [37]), gab es von einzelnen Geographen Versuche, Landschaftsmaße, z.B. in Form von Gestaltsindizes auf praktische Fragestellungen ihrer Disziplin anzuwenden. Man erinnerte sich dabei durchaus auch an Maße aus verwandten Geowissenschaften.

In diesem Zusammenhang seien die Indizes von Krumbein und Pettijohn genannt, die diese für völlig andere Fragestellungen entwickelt hatten. Um diese Gestaltsmaße zu ermitteln, nahm man bekannte Parameter wie Flächeninhalt, Umfang, Radius des größten Inkreises und des kleinsten Umkreises, also auch schon die Maße, die in der hier im Abschnitt 3.3 vorgestellten Theorie von herausragender Bedeutung sein werden und kombinierte diese auf verschiedene Art und Weise. Ziel war es dabei immer, die betrachteten Areale mit einem Kreis zu vergleichen. Man berechnete z.B. $S_1 = \frac{A}{0,282 \cdot P}$, $S_2 = \frac{A}{0,866 \cdot L}$, $S_3 = \frac{r_I}{r_O}$, wobei hier A für den Flächeninhalt des untersuchten Areals, L für die größte Längsachse (= gemeint war hier damit eigentlich der Durchmesser des Umkreises), P für dessen Umfang, r_I für den maximalen Inkreisradius und r_O für den Radius des Umkreises stehen (s. Abbildung 1.1 und vgl. dazu [50], S. 284 f.). Für detailliertere Betrachtungen dieser Indizes sei an dieser Stelle auf den Abschnitt 3.5.2 verwiesen.

Gibbs modifizierte diese Indizes 1961 für eine vergleichende Untersuchung der Gestalt von drei amerikanischen Städten (Raleigh, Trenton und Charleston) und kam zu einem Gestaltsindex $S_{Gibbs} = \frac{A}{(0,5 \cdot L)^2 \cdot \pi}$, wobei hier A für den Flächeninhalt und L für die größte Längsachse (= gemeint war hier damit auch der Durchmesser des Umkreises - vgl. Abbildung 1.1 und die Abschnitte 3.3.4 und 3.5.2) stehen. Damit ermittelte er durch den Vergleich verschiedener Stadtabgrenzungen, dass das Verwaltungsgebiet der Stadt durchgehend stärker kreisförmig war, als der urbanisierte Teil (vgl. [50], S. 285).

Der Formfaktor von Garten (1976) zur Kennzeichnung von Physiotopten, der das Quadrat der Grenzlänge P des Areals (den Umfang) zu seinem Flächeninhalt ins Verhältnis setzt: $S_{Garten} = \frac{P^2}{A}$ oder der Konturindex von Kostrubiec (1972), der den Umfang P des Untersuchungsareals zum Umfang eines flächengleichen Kreises P_K in Beziehung setzt: $S_{Kostrubiec} = \frac{P}{P_K}$ (siehe auch Abbildung 1.1 und vgl. dazu [93], S. 159 ff.) gehören

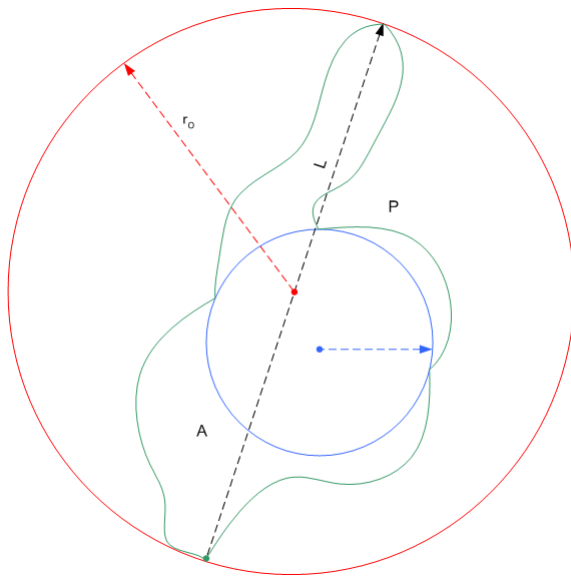


Abb. 1.1: Illustration der verwendeten Parameter für die Berechnung erster Gestaltsmaße nach [50], S. 285

wie andere vergleichbare Indizes auch in diese Kategorie und werden im Abschnitt 3.5.2 näher vorgestellt.

Das Hauptproblem bei diesen Formeln zur Messung der Gestalt als eine der „am schwierigsten zu messenden Eigenschaften geographischer Strukturen“ ([50], S. 285) wurde z.B. von Haggett und Bunge darin gesehen, dass „subjektive Kategorien wie kreisförmig, band-artig oder sternförmig“ ([50], S. 285) oder andere unerwünschte Eigenschaften mit eingehen könnten.

Die Methode von Boyce und Clark (1964)

Hier wird noch ein anderer Index, der von Boyce und Clark (1964) entwickelt wurde, vorgestellt:

Mit der Formel

$$S_{BC} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{r_i}{\sum_{i=1}^n r_i} \cdot 100 - \frac{100}{n} \right|$$

„wobei n die Gesamtzahl der von einem Zentrum ausgehenden Abstandsstrahlen und r_i die Länge des i -ten Strahls repräsentieren“ ([59], S. 25; vgl. auch [93], S.162 ff.; siehe Abbildung 1.2) sollen „die individuellen Züge des Umrisses einer gegebenen Fläche“

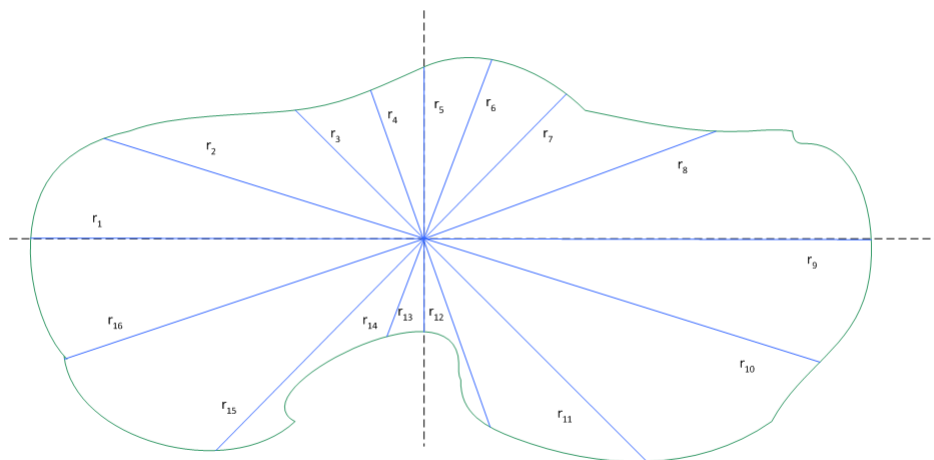


Abb. 1.2: Die Methode von Boyce und Clark (1964) nach [93], S. 162 ff.

charakterisiert werden ([93], S. 162). Diese Abstandsstrahlen haben zueinander den gleichen Winkel.

Für einen Kreis ist $S_{BC} = 0$. Je stärker das Areal von der Kreisform abweicht, desto größer wird der zugeordnete Index. Die Anzahl der Abstandsstrahlen wurde von den Autoren aus praktischen Gründen mit 16 festgelegt, da die Kennziffer bei gleichem Zentrum sonst erheblich schwankt. Der Wert dieses Maßes hängt außerdem sowohl von der Bestimmung des ersten Abstandsstrahles als Startwert, als auch von der Wahl des Zentrums entscheidend ab. Der Schwerpunkt, der von Boyce und Clark als Zentrum vorgeschlagen wurde, liegt nicht unbedingt innerhalb des Areals. Andere zentrale Punkte, die immer innerhalb der Fläche liegen, wie der Mittelpunkt des maximalen Inkreises sind mitunter nicht eindeutig bestimmbar. Das würde schon bei so einfachen Flächen wie einem Rechteck der Fall sein (vgl. [59]; [93]). Dieser Index sei hier daher nur aus historischem Interesse genannt, mathematisch relevant ist er aus genannten Gründen für unsere Fragestellung nicht.

Die Methode von W. Bunge (1962, 1966) zur Charakterisierung der Gestalt

William Bunge konstruierte in seiner „Theoretical Geography“ auf der Basis der beiden folgenden Sätze eine Menge von Kennziffern, die die Gestalt von Flächen eindeutig beschreiben konnte und nicht die oben genannten Nachteile des Indizes von Boyce und Clark beinhaltete (vgl. [28]; [50]; [59]; [93]):

Satz. *Jede beliebige geschlossene Fläche kann durch gleichseitige Polygone beliebiger*

Kantenzahl approximiert werden, wobei die Eckpunkte der Polygone auf dem Rand der Fläche liegen.

Bemerkung. Da es sich hier um geographisch relevante Flächen handeln soll, seien die betrachteten Flächen als Teilmengen vom \mathbb{R}^2 abgeschlossen und haben einen stetigen Rand.

Bemerkung. Die Polygone sind i. Allg. nicht konvex. Durch die Erhöhung der Seitenzahl wird jedoch eine immer bessere Annäherung an die zu untersuchende Fläche erreicht.

Der zweite Satz, den er verwendet, lautet sinngemäß:

Satz. *Bestehe ein Polygon aus n Seiten gleicher Länge. Die jeweils benachbarten Eckpunkte werden von 1 bis n durchnummeriert.*

Es werden nun die Längen der Diagonalen in folgender Weise aufsummiert: Zuerst werden die n Diagonalen aufsummiert, die jeweils den i -ten Eckpunkt mit dem $(i+2)$ -ten verbinden. Dann werden die Diagonalen aufsummiert, die jeweils den i -ten Eckpunkt mit dem $(i+3)$ -ten verbinden. Danach die, die jeweils den i -ten Eckpunkt mit dem $(i+4)$ -ten verbinden usw. Diese Prozedur wird dann solange wiederholt, bis alle eindeutigen Summen, die möglich wären, bestimmt sind.

Anschließend werden in der gleichen Weise und Reihenfolge Summen der Quadrate der entsprechenden Diagonalen gebildet, d.h. für die erste Summe der Quadrate werden alle Quadrate der Diagonallängen aufsummiert, die jeweils den i -ten mit dem $(i+2)$ -ten Eckpunkt verbinden usw., wieder solange, bis alle eindeutigen Summen der Diagonalquadrate bestimmt sind.

Das gleichseitige Polygon ist dann eineindeutig durch die Menge dieser Summen bestimmt.

Bemerkung. Zum besseren Verständnis ist dieser Satz in der Abbildung 1.3 für die ersten drei Schritte illustriert. Welcher Eckpunkt den Startpunkt für die Nummerierung bildet, ist dabei unerheblich. Bei Polygonen mit geradem n , kann diese Prozedur jeweils $(\frac{n}{2} - 1)$ -mal ausgeführt werden, da sich dann die Diagonalen wiederholen würden, d.h. bei einem 8-seitigen Polygon, wie in der Abbildung, entstehen entsprechend drei Summen von den Diagonalfolgen und drei Summen von den Quadraten der Diagonalfolgen.

Auf die Beweise der Sätze soll hier verzichtet werden. Die Sätze sollen laut Bunge z.B. von Robert C. Buck 1957 bewiesen worden sein (vgl. [28], S. 76).

Man erhält also eine Menge von solchen Kennziffern, wobei Bunge nur jeweils die ersten drei Summenpaare berechnete. Bunge wendete dieses Verfahren für eine stadtgeographische Untersuchung zur Klassifikation mexikanischer Städte an, wobei er die einzelnen Diagonallängen der Stadtflächen durch eine Experimentalkonstruktion mit einem Overheadprojektor bestimmte (vgl. [28], S. 79 ff.).

Möglicherweise wäre diese Methode heutzutage mit der modernen Rechentechnik mit vertretbarer Rechenzeit für größere Datenmengen realisierbar. Dafür müsste zuerst einmal

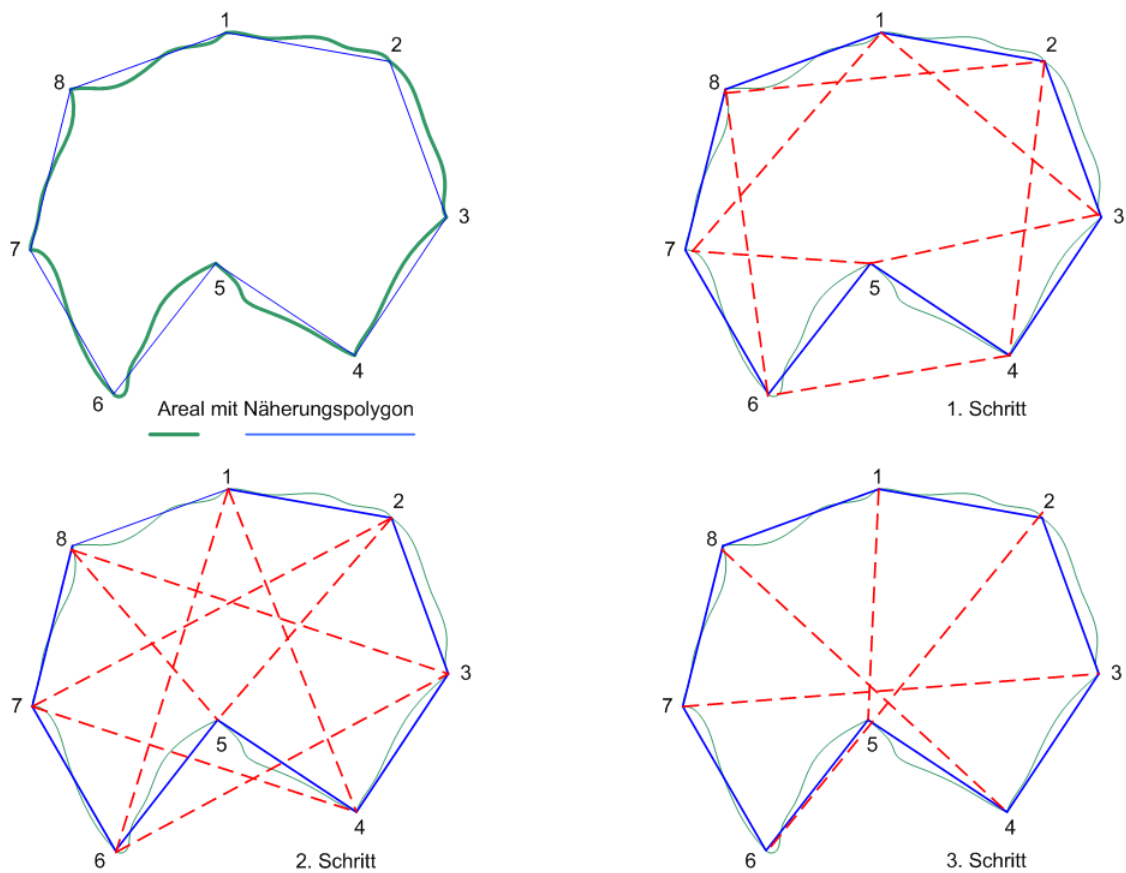


Abb. 1.3: Die Methode von W. Bunge (1962/66) nach [28], S. 72ff

ein geeigneter Algorithmus zur Approximierung beliebiger Flächen durch gleichseitige Polygone gefunden werden. Es müsste dazu geklärt werden, wie groß die Anzahl der Polygonkanten für das Näherungspolygon im optimalen Fall sein sollte.

Das Hauptproblem besteht aber eher darin, dass man als „Maß“ für die Form der Objekte jeweils sechs Parameter bekäme, die zu interpretieren wären und die man z.B. zur Verknüpfung mit anderen Maßen in geeigneter Weise funktional kombinieren müsste. Außerdem könnten komplexere Abbildungen von Landschaftsausschnitten mit Arealen, die z.B. „Löcher“ beinhalten (z.B. eine Wiese mit einem Soll), ähnlich wie bei der Methode von Boyce und Clark damit nicht bewertet werden. Aus den genannten Gründen ist dieses Gestaltsmaß für die Problemstellung dieser Arbeit nicht geeignet.

Ferner beinhaltet diese Methode auch ein weiteres Problem, das Bunge durchaus schon bekannt war (vgl. [28], S. 88): Für eine Klassifikation nach diesem Gestaltsmaß müssten

für die praktischen Fragestellungen jeweils spezifische Musterformen bzw. Idealfächen gefunden werden. Als Beispiel führt er, bezogen auf Christallers Zentralorttheorie (vgl. [33]), Sechsecke als Idealfäche für Marktareale an.

Bemerkung. Analoge Entscheidungen sind für die Anwendung derartiger Verfahren in anderen Wissenschaften wohl immer notwendig, denn das ist eine Frage der Abbildung zwischen den Problemstellungen der Fachspezifik und den Ergebnissen eines mathematischen Verfahrens und daher immer ein Interpretationsproblem in der jeweiligen Fachwissenschaft (vgl. dazu auch 4.2).

Bunge selbst sah sein Verfahren weniger als praktikable Methode, sondern eher als „illustration of the possibility of measuring spatial properties“ an ([28], S. 88).

Weitere Maße

Eine Reihe von weiteren Maßen lassen sich in den darauffolgenden Jahren immer wieder vereinzelt finden, die sich aber alle an den bereits erwähnten Größen, wie Flächeninhalt A , Umfang P , Inkreis I , Umkreis O usw. orientierten und auf die daher im Abschnitt 3.5.2 näher eingegangen wird. Im Folgenden seien mit dem Index R das reale Objekt, mit I der zugehörige Inkreis, mit O der Umkreis und mit K ein jeweils flächengleicher Kreis gemeint (vgl. dazu auch Abbildung 1.1).

Genannt seien hier die Maße für

- „Compactness“ $C = \frac{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A_R}}{P_R}$ von Bosch (1978), Lyon (1983) und Podolski (1990)
- „Circularity Ratio“ $CR = \frac{A_R}{A_O}$ von Stoddard (1965)
- „Shape Factor“ $SF_1 = \frac{P_O}{P_R}$ von Bosch (1978)
- „Shape Factor“ $SF_2 = \frac{A_I}{A_R}$ von Davis (1986)
- „Shape Factor“ $SF_3 = \frac{A_O - A_I}{A_R}$ von Davis 1986

die alle in [23] (S. 328) näher erläutert wurden und sich auf sehr spezielle Fragestellungen aus der Geologie, der Geomorphologie oder wie im Fall von Stoddard auf die Gestalt von Atollen bezogen.

Über weitere Anwendungen in jener Zeit ist zumindest wenig publiziert worden:

Betrachtet man viele Standardwerke der Quantitativen Geographie (wie z.B. [1]; [19]; [30]; [34]; [37]; [39]; [50]; [53]; [70]; [119]), die Veröffentlichungen der jeweiligen Tagungsbände der Colloquia der europäischen quantitativen und theoretischen Geographie z.B. von 1980 [17] und [13], 1982 [10], 1989 [90], 1991 [55] und 1993 [40]), der deutschsprachigen Tagungen des Arbeitskreises Theorie und Quantitative Methoden, z.B. von 1974 [47], 1981 [9], 1988 [26] und 1994 [7]), die jeweils die damaligen Forschungsschwerpunkte recht

gut widerspiegeln, so tauchen dort derartige Fragestellungen bis Mitte der neunziger Jahre überhaupt nicht auf (vgl. dazu auch [46]; [64]).

Auch in den Untersuchungen von 1980 durch A. Kilchenmann zur „Szene der Quantitativ-Theoretischen Geographie im deutschsprachigen Raum [...]“ ([68]; [69]), die sehr umfassend die Forschung zur Quantitativen Geographie in Westdeutschland, Österreich und der Schweiz zu jener Zeit widerspiegelt, wird deutlich, dass man sich mit völlig anderen Fragestellungen beschäftigte. Die Situation in der ostdeutschen und osteuropäischen sowie sowjetischen Forschung bis 1990 ist damit auch vergleichbar, wie z.B. Tagungsbände von 1985 [78], 1987 [73] und 1991 [91] aus jener Zeit belegen oder auch die 1996 vom Autor zusammengestellte Übersicht zeigte (vgl. [64]).

Ein wesentlicher Grund bestand sicher auch darin, dass in diesem Zeitraum die notwendige Datenbasis einfach noch nicht in erforderlichem Umfang vorhanden war. Es gab zwar seit den frühen 60er Jahren bereits erste Ansätze für Geographische Informationssysteme, die bis in die späten 80er Jahre auch z.T. schon kommerzialisiert wurden (vgl. dazu auch [35]), aber ihre breite Nutzung und die massenhafte Erzeugung und Bereitstellung digitaler Daten erfolgte erst in den 1990er Jahren.

1.4 Der breite Einsatz von Landschaftsmaßen in den letzten zwei Jahrzehnten

„Der landschaftsstrukturelle Ansatz wurde durch computergestützte Werkzeuge und Methoden der Geografischen Informationsverarbeitung wie auch der digitalen Bildverarbeitung in seiner Entwicklung deutlich mitbestimmt.“ ([75], S. 96).

Voraussetzungen für den breiten Einsatz von Landschaftsmaßen

Für die breitere Anwendung von Landschaftsmaßen, die über den Vergleich von Einzelobjekten hinausging, d.h. für die Bewertung ganzer Gebiete, mussten vor allem zwei wesentliche Voraussetzungen erfüllt sein:

1. Eine breite digitale Geodatenbasis muss vorhanden sein, d.h. die Daten müssen für die Untersuchungsräume flächendeckend zur Verfügung stehen, um von der bisher stark manuell geprägten vergleichenden Bewertung einzelner Objekte wegzukommen und auch für die Erforschung größerer Gebiete von Nutzen und damit für viele Nachbardisziplinen von Interesse zu sein.

2. Es müssen rechentechnische Möglichkeiten, in diesem konkreten Fall, Geographische Informationssysteme mit entsprechender Funktionalität auf einer leistungsstarken Hardware existieren, die dieses umfangreiche Datenmaterial entsprechend verarbeiten können. Diese Systeme müssen einer breiteren wissenschaftlichen Öffentlichkeit zur Verfügung stehen.

Die Datenbasis

Seit 1972 standen für wissenschaftliche Zwecke Fernerkundungsdaten der Landsat-Satelliten der NASA für die zivile Nutzung zur Verfügung (vgl. [87]; [89]).

Doch erst die Thematic Mapper - Daten der Satelliten Landsat 4 und 5, die diese seit 1982 bzw. 1984 lieferten, die durch Verwendung anderer Bereiche des elektromagnetischen Spektrums deutlich detailliertere Bilder vom Erdboden lieferten, machten diese Datenbasis für die Geowissenschaften wirklich interessant, da damit flächendeckende Daten, insbesondere auch aus unzugänglichen Gebieten zur Verfügung standen (vgl. [88]).

Diese Daten und auch, stark zunehmend, Daten aus anderen Fernerkundungsquellen standen im Rasterformat zur Verfügung. Einige wesentliche Aussagen zu diesem Datenformat werden im Abschnitt 2.2.1 getätigt. Zwar waren diese Daten im Bereich der zivilen Nutzung bis in die 1990er Jahre hinein von noch recht geringer Auflösung, d.h. dass z.B. bei Landsat TM die Kantenlänge eines Pixels mit 30 m angegeben wurde, was bedeutete, dass quadratische Objekte auf der Erde mit einer Kantenlänge von 90 m und einer Fläche von 8100 m² gerade einmal mit 9 Bildpunkten dargestellt werden konnten, so waren diese Daten jedoch insbesondere für sehr große Länder, wie z.B. die USA und Kanada von enormer Bedeutung. Diese Art der Daten hatte mehrere Vorteile: Es gab sie im Prinzip flächendeckend und sie konnten relativ preisgünstig beschafft werden.

Für zahlreiche Untersuchungen in sehr viel dichter besiedelten Gebieten, z.B. in den Ländern Mitteleuropas, insbesondere auch in Deutschland hielt man diese Art der Daten, z.B. auch für landschaftsökologische Fragestellungen für zu ungenau und suchte nach anderen Wegen, möglichst kostengünstig flächendeckende Datenbasen aufzubauen. Als Beispiel seien diesbezüglich sowohl die Digitalisierungsarbeiten der verschiedenen Landesvermessungsämter als auch die luftbildbasierten Biotoptypenkartierungen genannt, die in den späteren 1980er und frühen 1990er Jahren stattfanden. So wurde bereits 1990 der Grenzbereich zwischen Schleswig-Holstein und Mecklenburg-Vorpommern und dann 1991 das gesamte Bundesland Mecklenburg-Vorpommern befliegen und flächendeckend mit einem Color-Infrarot-Sensor fotografiert. Mit diesem Sensor war eine bessere Differenzierung der Vegetation als bei Verwendung eines Sensors für sichtbares Licht möglich. Der Abbildungsmaßstab betrug 1:10.000, um hinreichend genaue Informationen erfassen zu können und die Daten mit der topographischen Landesaufnahme (TK10) vergleichen zu können (vgl. [74], S. 5 ff.). Auf dieser Grundlage wurden ab 1992 Biotoptypenkarten erstellt, die dann auch digitalisiert wurden und somit im Vektorformat für das gesamte Bundesland vorlagen. Auch dieses Datenformat wird in Abschnitt 2.2.1 eingehender vorgestellt. Etwa Mitte der 1990er Jahre entstand im Landesamt für Umwelt und Natur Mecklenburg-Vorpommern eine Zusammenfassung und Konzentration aller digitalen Datenbestände, um eine einheitliche Datenstruktur für das Bundesland zu schaffen. In der zweiten Hälfte der 1990er Jahre begann dann ebenfalls flächendeckend eine terrestrische Gegenkartierung durch Spezialisten, um einerseits eventuelle verfahrensbedingte Fehler der Luftbildkartierung auszubessern, aber andererseits auch um Veränderungen

bei Biotopen zwischen den beiden Erfassungszeiträumen zu ermitteln. Der Autor der vorliegenden Arbeit war im Rahmen seiner beruflichen Tätigkeiten an der digitalen Erfassung dieser Datenbestände seit den frühen 1990er Jahren beteiligt. Da aber auch in anderen Bundesländern in analoger Weise große Datenerfassungen stattfanden und ähnliche Strukturen aufgebaut wurden, kann man davon ausgehen, dass spätestens ab Mitte der 1990er Jahre in Deutschland fast flächendeckend hinreichend Geodaten für solche Untersuchungen zur Verfügung standen.

Die Geographischen Informationssysteme (GIS)

Von den 4 Phasen, die Coppock und Rhind in „The History of GIS“ [35] beschreiben, der Phase 1 von den frühen 1960er Jahren bis 1975, die den Zeitraum der Entstehung von GIS umfasst, der Phase 2, die etwa von 1973 bis ungefähr 1982 reichte und durch nationale Behörden und Forschungseinrichtungen geprägt wurde, der anschließende Phase 3 bis Ende der 1980er Jahre, die die Kommerzialisierung dieser Systeme darstellt, ist insbesondere die 4. Phase für die hier behandelte Fragestellung von Belang:

Die Phase 4 ist maßgeblich von den Anwendern geprägt worden und gekennzeichnet durch den Einsatz von Geographischen Informationssystemen verschiedener Hersteller, aber zunehmend auch von Open Source - Software. Diese nahmen verstärkt Einfluss auf die Funktionalität und Leistungsfähigkeit der Systeme (vgl. [35], S.21 ff.).

Daraus ergaben sich eine Reihe von Anforderungen an ein GIS, die erst ab den 1990er Jahren richtig erfüllt werden konnten und von Goodchild in [48] über „The Technological Setting of GIS“ aufgelistet wurden. Diese Systeme müssen demnach möglichst:

- die Möglichkeit bieten, interaktiv zu arbeiten
- multiuser-tauglich sein
- grafikfähig sein
- große Datenmengen in relativ kurzer Zeit verarbeiten können
- virtuelle Speicher unterstützen (aufgrund des limitierten Hauptspeichervolumens bis hinein in die jüngste Vergangenheit)
- mit Datenbankmanagementsystemen zusammenarbeiten können
- nicht zu teuer sein (vgl. [48], S. 45 f.).

Aus diesen Anforderungen, kombiniert mit den Ausführungen von Dangermond in „The Commercial Setting of GIS“ [36], der auf S. 58 auch die verschiedenen Hardware-Plattformen, incl. ihrer durchschnittlichen Kosten auflistete, wird deutlich, dass erst in den 1990er Jahren GIS einer breiteren wissenschaftlichen Öffentlichkeit zur Verfügung stehen konnte.

Bis zu diesem Zeitpunkt waren sowohl die Hardware als auch die Software so kostenintensiv, dass sich selbst Hochschuleinrichtungen, öffentliche Behörden und einige größere Planungsbüros nur wenige davon leisten konnten. Außerdem funktionierten leistungsfähigere GIS nur auf sogenannten Workstations oder noch größeren Rechenanlagen, aufsetzend auf Betriebssystemen der Unix-Familie, z.T. mit Nutzeroberflächen, die nur von Spezialisten bedient werden konnten. Kommerzielle GIS-Programme kosteten außerdem in etwa soviel wie diese Hardware.

Für Personalcomputer, deren Leistungsfähigkeit auch noch recht stark begrenzt war, da sie zu dieser Zeit höchstens mit 80386DX bzw. 80486 - Prozessoren bestückt waren, gab es erst recht wenige Desktop-Systeme, deren graphische und auch datenbankmanipulatorische Möglichkeiten zudem auch noch recht bescheiden waren. Auch waren diese Systeme bis in die Mitte der 1990er Jahre noch nicht multiuser-tauglich. Große Probleme bereiteten auch technologisch bedingte Beschränkungen wie die 64-Kilobyte-Speichersegmentgrenze, die z.B. dazu führte, dass die Geodaten eines Objektes immer unterhalb dieser Grenze sein mussten, als Beispiel passten die Umrisse Mecklenburg-Vorpommerns, im Maßstab 1:50.000 mit 7-stelligen Punktkoordinaten (Gauß-Krüger-System) digitalisiert, nicht in ein solches Segment, und somit konnte das Land nicht als ein einziges Geo-Objekt behandelt werden.

Erst die gewaltigen Fortschritte in der Entwicklung von Hard- und Software ab etwa Mitte der 1990er Jahre ermöglichten auch eine effektive Arbeitsweise auf diesen immer preiswerter werdenden Plattformen und führten zu einem immer breiteren Einsatz in den Nachbardisziplinen. Davor blieben zum Beispiel der Einsatz in Naturschutz, angewandter Biologie und Ökologie nur Einzelfälle, z.B. bei einem Großprojekt in Berchtesgaden/Bayern (vgl. [104]). Die Veröffentlichungen im Zuge der seit 1989 jährlich durchgeführten AGIT-Symposien in Salzburg geben in dieser Hinsicht einen recht guten Überblick über die GIS-Szene im europäischen Raum (vgl. z.B. [103]).

Entwicklung neuer Landschaftsmaße und Etablierung von GIS-Bibliotheken

Die Verfügbarkeit von Geodaten und die Nutzbarkeit interaktiver Geographischer Informationssysteme eröffneten ganz neue Anwendungsfelder.

Man konnte nun plötzlich Ideen anderer Wissenschaftler aus vergangenen Jahrzehnten umsetzen oder neu entdecken und in großem Stil statistische Berechnung unterschiedlichster Art in kürzester Zeit für riesige Datenmengen ausführen sowie diese dann unproblematisch in Karten visualisieren.

Durch die verknüpften Datenbankmanagementsysteme und Programmierschnittstellen konnten auch immer wieder neue GIS-Funktionen geschaffen werden. Unter GIS-Funktionen sollen in diesem Zusammenhang die Implementationen von Funktionen der 20 GIS-Operationsgruppen aus den sechs Bereichen „Search“, „Location Analysis“, „Terrain Analysis“, „Distribution/Neighborhood“, „Spatial Analysis“ und „Measurements“ sein (vgl. [4], S. 80 f.).

Es war also technisch relativ einfach geworden, neue Formeln für Landschaftsmaße zu entwickeln, diese auf größere Geodatenmengen anzuwenden und in ein GIS zu integrieren oder extern im Datenbankmanagementsystem anzuwenden und dann im GIS zu veranschaulichen.

Das führte in Nordamerika dazu, dass zu Beginn der 1990er Jahre „FRAGSTATS: Spatial Pattern Analysis Program for Quantifying Landscape Structure“, eine recht umfangreiche Bibliothek verschiedenster Landschaftsmaße, geschaffen und kostenfrei den Anwendern zur Verfügung gestellt wurde (vgl. [84]). „FRAGSTATS“ konnte unproblematisch mit Geographischen Informationssystemen zumindest über Datenbankschnittstellen verknüpft werden und eröffnete damit den Nutzern umfangreichste Analysemöglichkeiten. Dieses Programmpaket wurde von Anwendern verschiedenster Bereiche für unterschiedlichste Fragestellungen, mitunter wohl auch zweckentfremdet, genutzt, so dass Kevin McGarigal und Barbara Marks, die Autoren von „FRAGSTATS“, das Vorwort zur Version 2.0 mit folgenden Sätzen begannen: „As the authors of FRAGSTATS, we are VERY concerned about the potential for misuse of this program. Like most tools, FRAGSTATS is only as ‚good‘ as the user.“ ([84], S. 4).

In diese Bibliothek wurde eine sehr umfassende Menge von Landschafts- und Landschaftsstrukturmaßen (vgl. dazu 2.3) integriert. Es gibt eine Version für Raster- und eine für Vektordaten, wobei erstere deutlich umfangreicher ist, möglicherweise auch wegen der stärkeren Nutzung von Rasterdaten in Nordamerika. Alle Indizes werden theoretisch, insbesondere mathematisch erklärt und sollen so eine korrekte Anwendung des Programmpakets für viele praktische Fragestellungen ermöglichen. Einige Probleme, die trotzdem ganz allgemein bei der Nutzung von Programm-Bibliotheken für diese Zwecke entstehen können und mit der vorliegenden Arbeit im Zusammenhang stehen, werden im Abschnitt 3.1 diskutiert.

Die Nachfrage nach derartigen Indizes stieg immer weiter an, insbesondere auch aus Nachbardisziplinen kommend, die sich davon auch neue Impulse für ihre Forschung erhofften.

GIS wurde z.B. im deutschsprachigen Raum nun nicht mehr nur in der Geographie und Landschaftsökologie, sondern etwa ab Mitte der 1990er Jahre auch verstärkt in Naturschutz und Landschaftspflege eingesetzt (vgl. [109]; [104]). Deutliche Indikatoren dafür sind die Veranstaltung von Symposien über GIS in Naturschutz und Landschaftspflege 1996 im Rahmen der AGIT-Veranstaltungen in Salzburg und über GIS im Naturschutz in Braunschweig (vgl. [104]; [72]).

Gerade weil diese neuen Einsatzgebiete völlig neue Anforderungen an die Methoden und Systeme stellen (vgl. [109], S. 11 ff.), führte dieser von Dollinger so bezeichnete „landschaftsstrukturelle Arbeitsansatz“ (vgl. [75], S. 96) in der Landschaftsökologie, der von Blaschke auch als „nordamerikanischer Ansatz“ bezeichnet wurde (vgl. [75], S. 97), mit seinen praktischen Anwendungen in Naturschutz und Landschaftspflege auch zu zahlreichen Arbeiten im Bereich der Landschaftsmaße. Lang und Blaschke listen in ihrem Lehrbuch „Landschaftsanalyse mit GIS“ [75] auf der Seite 97 allein 24 Arbeiten zu dieser

Thematik auf, wovon die meisten Autoren aus dem deutschsprachigen Raum stammen, erheben damit aber keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit.

Diese neuen Nutzungsgebiete mit ihren speziellen Erfordernissen führten so auch zur Konstruktion von neuen Maßen, weil die vorhandenen Angebote in den Bibliotheken oder auch der Literatur mitunter nicht zur Fragestellung zu passen schienen.

Als kleine Auswahl seien an dieser Stelle aus dem Bereich der Landschaftsökologie

- der Circle Shape Index - $CSI = \frac{3}{|A|} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy = \frac{3}{\pi r^2} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy$ von Kappler und Steinfeld 1997 (Zur näheren Erläuterung vgl. Abschnitt 3.1 und 4.3; [65]; [59].)
- der Corrected Circularity Index 2 - $CCI_2 = 1 - \sqrt{\frac{(P_O - P_K) \cdot (P_K - P_I)}{P_O \cdot P_K}}$ von Borg und Fichtelmann 1998, wobei P jeweils den Umfang, I den zugehörigen Inkreis, O den Umkreis und K einen zum Untersuchungsobjekt flächengleichen Kreis bezeichnen (vgl. dazu Abschnitt 3.6; [23], S. 329),

sowie aus dem Bereich der Siedlungsgeographie

- der Core Area Index - $CAI = \frac{TCA}{CA} \cdot 100$ (wobei TCA die resultierende Kernfläche und CA die Ausgangsfläche des Siedlungskörpers ist)
- der Cority-Index - $CY = \frac{n - n_o}{n_{CA} + n_o}$, die z.B. 2011 von Syrbe und Ullrich sowie 2012 von Schumacher, Bräuer und Behnisch für solche Fragestellungen verwendet wurden, wobei n_{CA} die Anzahl der Kernflächen, n die Anzahl der Polygone und n_o die Anzahl der Fälle, in denen keine Kernfläche übrig bleibt, sind (vgl. [106] S. 167 ff.; [98], S. 798) genannt.

Schon diese Auswahl völlig unterschiedlicher Anwendungsgebiete zeigt, wie vielfältig der Bedarf an solchen Maßen war und ist.

Ausgehend von der Annahme, dass jedoch für die Mehrzahl der Fälle ein relativ kleines Set an Landschaftsmaßen ausreichend sein dürfte (vgl. [25], S. 51 ff.; [76], S. 2 - zu näheren Ausführungen zu dieser Problematik vgl. 3.1) traf man entsprechend eine begründete Vorauswahl an solchen Maßen.

An der Universität Salzburg wurde zur Unterstützung der Anwender, für die Arbeit mit der wohl, zumindest im deutschsprachigen Raum, am weitesten verbreiteten GIS-Software die Datenbank „IDEFIX“ (= Indicator Database for Scientific Exchange) erstellt, die diese gebräuchlichen Maße in sehr übersichtlicher Weise anzeigt und beschreibt (vgl. [71]).

Ebenfalls an der Universität Salzburg haben Lang und Thiede mit „vLATE“ (=Vector-based Landscape Analysis Tool Extension) eine Programm-Bibliothek für diese GIS-Software entwickelt, die Landschaftsmaße beinhaltet, die auf Objekte in Vektordaten angewendet werden können (vgl. [76]; [75], S. 65 ff.).

Allen diesen Arbeiten liegen viele Versuche zugrunde, die Menge der Landschaftsmaße in geeigneter Weise zu systematisieren, um dem Anwender die Suche nach dem geeigneten Maß für seine Fragestellung zu erleichtern (vgl. dazu Abschnitt 2.3.4).

In den letzten Jahren geht der Trend entsprechend der immer besseren technischen Möglichkeiten, die Wirklichkeit „realistischer“, also auch dreidimensional abzubilden, verstärkt in dieselbe Richtung. Dabei werden 3D-Aspekte in die Strukturanalyse integriert, in dem digitale Höhenmodelle, tatsächliche Oberflächendaten aus Laser-Scans, Höhendifferenzen und Höhenstrukturen verwendet werden (vgl. z.B. [54]; [75] S.220 ff.).

Auch die Berücksichtigung dynamischer Aspekte, also die Abbildung der Veränderung der Landschaft, wird die Problematik des Messens und Bewertens vor neue Herausforderungen stellen. Diese Weiterentwicklungen stehen jedoch nicht mehr im Fokus dieser Arbeit.

Fazit aus der historischen Entwicklung

Die mathematischen Erkenntnisse, die für die Berechnung von Landschaftsmaßen von Bedeutung sind, standen im Wesentlichen schon am Ausgang der Antike bereit, wurden aber abgesehen von praktischen Anwendungen für konkrete Landschaftsausschnitte bis weit ins 20. Jahrhundert hinein nur in Einzelfällen verwendet. Es gab jedoch im Laufe der Jahrhunderte immer wieder einzelne Ansätze, kartographische Abbildungen von Geo-Objekten hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften zu vergleichen.

Im 20. Jahrhundert wurden in Nachbardisziplinen oder für einige Spezialfälle einige Maße für die geometrische Beschreibung verschiedenster Flächen entwickelt. Während und nach der quantitativen Revolution wurden diese mitunter auch in der Geographie angewandt, und es gab sogar Versuche recht komplizierte Maße für die Beschreibung der Gestalt einer Fläche selbst zu entwickeln, die man auch für kleine Objektmengen zum Teil manuell anwendete.

Aber erst das Vorhandensein einer breiten digitalen Geodaten-Basis und einer relativ leicht zugänglichen, höher entwickelten Technik in Form von Geographischen Informationssystemen ermöglichte auf diesem Sektor einen breiten Einsatz von Landschaftsmaßen in der Analyse, aber auch in der Bewertung für viele praktische Aufgabenstellungen.

Die gewaltigen Fortschritte in den letzten Jahrzehnten führten zudem dazu, dass für die moderne GIS-Software Programm-Bibliotheken existieren, die einem breiten Anwenderkreis Landschaftsmaße zur Verfügung stellen, die somit auf große Objektmengen angewendet werden können.

2 Allgemeine Grundlagen

Natürlich sind die, im Rahmen dieser Arbeit, vorgestellten Maße prinzipiell auch ganz allgemein für eine große Klasse von Fragestellungen zur Beschreibung, Analyse und Interpretation geometrischer Objekte, auch völlig unabhängig von landschaftsökologischen oder geographischen Fragestellungen, geeignet.

Im Fokus sollen dennoch die Anwendungsgebiete „Landschaftsökologie“ und „Geographie“ stehen. Daher werden in diesem Kapitel die fachbezogenen Grundlagen vorgestellt.

2.1 Verwendete Grundbegriffe

Landschaft, Landschaftselemente, Landschaftskomponenten und Landschaftseinheiten

Landschaft

Die Definition eines so gebräuchlichen Begriffes wie „Landschaft“ geschieht in der Literatur auf ganz verschiedene Art und Weise. Im „Lehrbuch der Landschaftsökologie“ [102] werden z.B. acht verschiedene Definitionen angeführt und deren Genese und Eigenschaften diskutiert.

In dieser Arbeit soll nach Haase 1991 mit dem Begriff der Landschaft „Inhalt und Wesen eines von der Naturausstattung vorgezeichneten und durch die Gesellschaft beeinflussten und gestalteten Raumes als Ausschnitt aus der Erdhülle“ bezeichnet werden ([102], S. 28). Diese Definition beinhaltet die Überprägung der natürlichen Wechselwirkungen zwischen den biotischen und abiotischen Landschaftskompartimenten durch direkte Eingriffe oder indirekte Auswirkungen der menschlichen Tätigkeit (vgl. [102], S. 28).

Bemerkung. Die in dieser methodischen Arbeit vorgestellte Theorie hängt nicht so sehr vom verwendeten Landschaftsbegriff ab, sofern damit ein Ausschnitt der Geosphäre gemeint ist. Daher wären andere Definitionen, wie z.B. auch die sehr komplexe Definition eines Landschaftsökosystem von Leser ([77], S.187) möglich.

Landschaftselemente

Unter Landschaftselementen sollen hier ganz allgemein die Grundbestandteile einer Landschaft verstanden werden (nach [20], S. 3).

Landschaftskomponenten

Landschaftskomponenten sind stoffliche Bestandteile der Landschaft, die analytisch durch mehrere Merkmale erfassbar sind.

Sie bestehen aus mehreren Landschaftselementen und können in stabile (unveränderliche bzw. kaum veränderliche - z.B. Substrattyp, Relief), labile (in relativ kurzen Zeiträumen veränderliche - z.B. Vegetationsform) und variable (in sehr kurzen Zeiträumen veränderliche - Bodenfeuchteregeime, Geländeklima) Landschaftskomponenten eingeteilt werden (nach [20], S. 3).

Landschaftseinheiten

Als Landschaftseinheiten werden im Zusammenhang mit dieser Arbeit Ausschnitte einer Landschaft aufgefasst.

Räumliche Dimensionen

Econ

Der „kleinste als quasihomogen betrachtete geographische Raum der landschaftsökologischen Analyse“ ist das Econ ([102], S. 32f). Nach Löffler 2002 wird unter Econ „ein kleiner repräsentativer Ausschnitt aus einer größeren Landschaftseinheit, der als Grundlage für die Analyse der landschaftlichen Vertikalstruktur und der dort ablaufenden Prozesse dient“, verstanden ([102], S. 32f).

Topische Dimension - Ökotope

In der topischen Dimension werden strukturelle, aber auch funktionale Einheiten erfasst. Die prozessual-funktionalen Verknüpfungen der Landschaftselemente und -komponenten sind in dieser Dimension erkennbar und messbar.

„Das Ökotope ist somit die räumliche Basiseinheit, deren Ausdehnung bestimmt wird durch die Reichweite lateraler ökologischer Prozesse - insbesondere Prozesse des Bodenwasserhaushaltes [...] sowie mikroklimatische Prozesse ...“ ([102], S. 35). Komplexe Landschaftsanalysen ermöglichen die Erfassung der Struktur und der dort ablaufenden Prozesse.

Chorische Dimension

Als Choren werden Mosaiken von Topen, also größere Ausschnitte der Landschaft bezeichnet. Je nach Abstraktionsniveau unterscheidet man Nano-, Mikro, Meso- und Makrochoren. Chorische Landschaftseinheiten sind sowohl Kommunikationsgefüge von Elementarlandschaften als auch Struktureinheiten, die von übergeordneten Formen abhängig sind ([102], S. 36).

Regionische Dimension

Landschaftseinheiten dieser Dimensionsstufe können durchaus als Mosaik von Makrochoren verstanden werden. Sie können aber auch als Subsysteme von Landschaftszonen aufgefasst werden, die sich als Teilräume der zonalen bzw. geosphärischen Dimension ergeben ([102], S. 38ff).

Patch

Im englischen Sprachraum sind Patches elementare, in gewisser Weise homogene, landschaftliche Einheiten, die sich im Ergebnis einer Landschaftskartierung aus einer Landbedeckung oder Landnutzung ergeben und keiner bestimmten Dimensionsstufe zugeordnet werden (vgl. [102], S.156 f.; [84], S. 5 f.; [25], S. 21).

Bemerkung. Patch ist in diesem Sinne ein pragmatischer Begriff. Jedes Econ bzw. jedes Ökotoptop ist ein Patch, aber nicht jedes Patch ein Econ bzw. Ökotoptop. Es könnten auch Landschaftseinheiten der chorischen Dimension als Patch aufgefasst werden. Das hängt in erster Linie vom Auswahlkriterium ab, durch das das Patch bestimmt wurde. Unter Patch-Level wird daher in diesem Zusammenhang auch nicht unbedingt eine Ausgrenzung hinsichtlich der Dimensionen in der Landschaftsökologie verstanden. Das Anwendungsgebiet dieser Arbeit liegt damit auf dem sogenannten Patch-Level.

2.2 Darstellung von Landschaftseinheiten in Geographischen Informationssystemen

2.2.1 Die verwendete Datengrundlage

Die Problematik der Güte der Abbildung der Realität in ein Geographisches Informationssystem (GIS) soll hier nicht näher betrachtet werden. Fragen der Genauigkeit und Präzision, als zwei Aspekte der Datenkorrektheit, werden in der Literatur hinreichend diskutiert. Unter Genauigkeit wird dabei die lage- und sachbezogene Genauigkeit der Daten und unter Präzision der aufgezeichnete Detailgrad verstanden (vgl. z.B. [31]; [41]; [75], S. 165 f.). Aus qualitativ minderwertigen Daten kann kein gutes Produkt erzeugt werden, daher sollen hier auch die diesbezüglichen Probleme bei der Datenerzeugung in beiden Formaten nicht näher diskutiert werden.

Man kann und sollte hier also davon ausgehen, dass ein qualitativ möglichst hochwertiges Abbild mit hinreichender Genauigkeit für die Beantwortung der praktischen Fragestellung vorliegt.

Auch wenn nicht selten hybride Darstellungsformate verwendet werden, gibt es auf digitaler Ebene im Geographischen Informationssystem grundsätzlich zwei Arten für die Darstellung von Objekten: das Raster- und das Vektorformat. Auf diese Problematik soll

hier nur sehr kurz eingegangen werden, da sich heutzutage mit vertretbarem Aufwand beide Datenformate ineinander konvertieren lassen.

Rasterformat

Lang und Blaschke beginnen die Diskussion dieser Problematik in ihrer „Landschaftsanalyse mit GIS“ mit dem Zitat: „Yes, raster is vaster, but raster is faster. And vector just seems more correcter.“ ([75], S.165).

Natürlich haben Rasterdaten auch heute noch für viele Fragestellungen und Anwendungen ihre Berechtigung, insbesondere wenn sie aus der Fernerkundung stammen oder als Höhenmodelle oder Orthofotos im GIS hinterlegt werden sollen. Auch bei Vergleichen mit älteren Kartenwerken bietet es sich z.B. manchmal an, die analogen, historischen Karten kostengünstig mit einem Scanner in ein Rasterformat zu konvertieren, um sie dann mit aktuellen Vektordaten zu überlagern. Die Nutzung von Fernerkundungsdaten im Rasterformat muss sicher auch weiterhin in schwer zugänglichen Regionen für landschaftsökologische Untersuchungen angewandt werden. Möglicherweise gibt es in anderen Regionen der Erde auch weiterhin ein großes Bedürfnis, Rasterdaten, wegen ihrer relativ kostengünstigen Generierung für landschaftsökologische Fragestellungen zu verwenden.

Für Rasterdaten lassen sich z.B. mit „FRAGSTATS“ (vgl. Abschnitt 1.4; [84]) verschiedenste Landschaftsmaße berechnen.

Für die Verwendung von Landschaftsmaßen bei der Berechnung und Bewertung von Patches (auch von Econs und Ökotoxen) müssen aber auch innerhalb dieses Formates die kleinsten Rastereinheiten, also z.B. die einzelnen Pixel einem entsprechenden Objekt (Patch) zugeordnet werden, was aber auch automatisiert, z.B. über Farbzugeordnungen geschehen kann. Erst durch solche Abbildungen kann entschieden werden, ob bestimmte Rasterpixel für punktförmige, linien- oder flächenhafte Objekte stehen und eine Attributzugeordnung oder sogar eine Bewertung ermöglicht werden. Diese Zuweisungen können aber heutzutage auch im Rahmen von Vektorisierungsalgorithmen automatisiert, notfalls mit interaktiver Unterstützung, ausgeführt werden.

Vektorformat

Im Vektorformat können Linien, Flächen und Punkte direkt als Objekt angesprochen werden. Daher ist eine direkte Abbildung verschiedenster Attribute auf diese Objekte möglich. Die Flächen werden durch Polygone repräsentiert.

Datentechnisch handelt es sich hierbei eigentlich nur um eine Punktmenge. Erst durch die Hinzunahme von Attributen wird entschieden, ob es Punkte bleiben, oder diese über Strecken mit anderen Punkten zu einem Linienobjekt verbunden werden, oder ob die Punkte die Eckpunkte eines Polygons markieren, wobei dann die Zusatzinformationen als Attribute gespeichert werden müssen, welche Punkte jeweils über Kanten miteinander verbunden sind und dass das Innere ein Flächenstück ist.

Eine Kurve kann durch einen Linienzug und eine beliebige Fläche durch ein Polygon beliebig dicht angenähert werden (vgl. dazu auch den bei der Methode von W. Bunge zitierten Satz im Abschnitt 1.3 und Abschnitt 2.2.2).

Das bedeutet, dass ein Objekt, natürlich in Abhängigkeit von der Qualität der Ausgangsdaten, vom Erfassungsmaßstab und der Erfassungstechnologie, theoretisch beliebig genau digitalisiert werden kann. Diese Datenerfassung kann manuell am Digitizer oder Display oder über automatisierte Verfahren erfolgen. Die manuelle Datenerfassung ist natürlich recht zeitaufwendig und die Qualität der Daten hängt stark von der eingesetzten Technik und den Fähigkeiten des Bearbeiters ab.

Insbesondere für Polygone können dann im GIS die üblichen Mengenoperationen, wie Vereinigung, Durchschnitt und Differenz ausgeführt werden, in deren Ergebnis wieder Polygone entstehen. Die zu bewerteten Landschaftseinheiten wären dann also immer Polygone.

Bemerkung. Eine Kreisfläche wird in beiden Formaten nicht als Kreis dargestellt. Im Rasterformat ist es im Prinzip eine Annäherung durch Quadrate (bei quadratischer Pixeldarstellung), die bei entsprechend kleiner Rasterschrittweite bzw. entsprechend hoher Auflösung vom Betrachter nicht mehr von einem Kreis unterschieden werden kann. Grundsätzlich problematisch ist dann immer die Zuordnung der Randpixel.

Beim Vektorformat wird die Kreisfläche durch ein n-Eck mit möglichst großem n angenähert, bis die tatsächliche Struktur auch hier vom Betrachter nicht mehr aufgelöst werden kann.

Beide Formate haben gemein, dass die Details der Annäherung bei hinreichender Vergrößerung sichtbar werden.

Die Menge aller zugeordneten Rasterpixel bildet dann übrigens auch ein Polygon.

Verwendetes Datenformat

In dieser Arbeit werden die geometrischen Eigenschaften der betrachteten Objekte untersucht. Dabei werden hier für die Visualisierung der mathematischen Betrachtungen im GIS wegen der genannten Vorteile ausschließlich Vektordaten verwendet.

Die vorgestellte Theorie lässt sich jedoch ebenso auf Objekte in Rasterdarstellung anwenden.

Bemerkung. Zwar erschwert diese Vorgehensweise den Vergleich mit vielen Landschaftsmaßen, die bei mehr rasterorientierten Paketen wie „FRAGSTATS“ verwendet werden, entspricht aber mehr der Anwendbarkeit im mitteleuropäischen Raum und kann so auch in Bezug zu Paketen wie „vLATE“ gesetzt werden (vgl. [84]; [76]).

2.2.2 Betrachtete Objekte

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Flächenobjekte betrachtet, da jedes in der Natur vorkommende Objekt, insbesondere Econs und Ökotope und erst recht Aggregationen

von diesen, eine flächenhafte Ausdehnung besitzt.

In einem Geographischen Informationssystem kann ein Objekt durchaus auch als Linie oder Punkt, z.B. in Abhängigkeit vom Erfassungsmaßstab repräsentiert sein. Für die Zwecke dieser Arbeit wären diese dann entsprechend in flächenhafte Objekte umzuwandeln. Punkte oder Linien werden hier nicht betrachtet.

Diese Objekte werden in einem GIS grundsätzlich durch Polygone angenähert. Das bedeutet, dass sämtliche Maße für Polygone betrachtet werden müssen. In diesem Sinne sind auch durch Rasterdaten abgebildete Objekte Polygone (vgl. dazu aber auch Abschnitt 2.2.1).

Bemerkung. Begrenzungslinien von Flächenstücken, auch Kurven werden durch Streckenzüge (Polygonkanten) mit entsprechender Eckpunktdichte angenähert. Je nach Maßstabswahl lässt sich zu jeder vorgegebenen Kurve immer ein Streckenzug finden, so dass alle Eckpunkte auf der Kurve liegen und der Maximalabstand der Kurve von der Sehne (dem jeweiligen Streckenabschnitt) für alle Abschnitte unterhalb eines vorgegebenen Wertes liegt, d.h. jede Kurve lässt sich beliebig genau annähern.

Unter einem solchen Polygon bzw. Vieleck sei hier eine Menge aus n Punkten $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, den n Verbindungslinien $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_nP_1$ sowie des eingeschlossenen Flächenstücks verstanden (vgl. z.B. [86]).

Bemerkung. Dieses Polygon ist i. Allg. nicht konvex. Außerdem muss es keine homogene Fläche repräsentieren, d.h. es kann ein oder mehrere „Löcher“ beinhalten, die ihrerseits aber wieder Polygone sind, deren Fläche von der Fläche des betrachteten Polygons zu subtrahieren sind. Als praktisches Beispiel dafür stelle man sich ein Standgewässer mit einer Insel oder auch eine Ackerfläche mit einem Soll oder einem Gebüsch vor.

Es sei für die weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit also vorausgesetzt, dass die Daten der flächenhaften Objekte in einer für die Beantwortung der Fragestellung hinreichenden Qualität als Polygone im Vektordatenformat in einem Geographischen Informationssystem vorliegen.

2.3 Einteilung bzw. Klassifikation der Landschaftsmaße

2.3.1 Maße

Als Maß wird allgemein eine „nichtnegative abzählbar additive Mengenfunktion“ bezeichnet (vgl. [86]).

Bemerkung. Jedes Maß ist monoton, wobei die Mengen des Definitionsbereiches eines Maßes als messbar bezeichnet werden (vgl. [86]). Eine solche Mengenfunktion soll im Folgenden auf die in 2.2.2 beschriebenen Objekte, also Polygone, angewendet werden.

2.3.2 Allgemeine Aussagen

Landschaftsmaße sollen bestimmte, geometrische oder topologische Eigenschaften von Landschaftselementen, Landschaftseinheiten und -strukturen widerspiegeln, die eine bestimmte geographische bzw. landschaftsökologische Relevanz besitzen. Prinzipiell könnte man natürlich allen geometrischen Objekten die verschiedensten Maße oder Werte zuordnen, die berechenbar und anschließend z.B. in einem GIS darstellbar sind.

Aber mitunter lassen sie sich nicht nur inhaltlich/fachwissenschaftlich sondern auch mathematisch nur schwer interpretieren bzw. eine Zuordnung der geometrisch determinierten Maßzahlen zu landschaftsökologischen Eigenschaften kann recht schwierig werden.

Ein weiteres Problem besteht darin, dass komplexere Maße, die für einen bestimmten Untersuchungsraum geeignet zu sein scheinen, für andere Räume völlig andere Ergebnisse liefern könnten, wobei natürlich zu klären sein wird, was überhaupt „Eignung eines Maßes“ in diesem Kontext bedeuten soll. Diese Entscheidung muss aber immer durch den Fachwissenschaftler, den Anwender, erfolgen. Sowohl der zur Definition der zu untersuchenden Objekte notwendige Abstraktionsprozess als auch die anschließende fachwissenschaftliche Interpretation der Resultate kann jeweils nur vom Wissenschaftler der anfragenden Fachdisziplin vorgenommen werden (vgl. dazu auch 4.2). Das ist leider in der Praxis aus verschiedensten Gründen nicht immer gegeben, und vorhandene Methoden werden mitunter nicht korrekt angewendet, weshalb im hier betrachteten Forschungsfeld, z.B. von den Entwicklern von „FRAGSTATS“ im Vorwort zu ihrer Programmdokumentation ein großes Missbrauchspotential für ihr Programm konstatiert wurde, obwohl es doch lediglich als nützliches Werkzeug zur Quantifizierung von Landschaftsstrukturen vorgesehen war (vgl. [84], S.4, S. 8). Diese Gefahr besteht natürlich immer, wenn Methoden und Tools für Anwender relativ leicht zugänglich gemacht werden, insbesondere auch dann, wenn die Methodik nicht für jeden potentiellen Anwender in jedem Schritt nachvollziehbar ist.

Auch in dieser Arbeit kann bezüglich dieser interdisziplinären Schnittstellen daher nur versucht werden, diese Entscheidungsprozesse dadurch zu erleichtern, dass erstens die verwendeten bzw. zu entwickelnden Maße klar definiert und auch Nichtmathematikern weitestgehend verständlich gemacht und zweitens Hilfestellungen zu empfehlenswerten Vorgehensweise bei der Auswahl geeigneter Maße gegeben werden (vgl. Abschnitt 4).

2.3.3 Begriffsbestimmung

Ganz allgemein ist ein Landschaftsmaß eine Abbildung, die bestimmten Landschaftseinheiten (vgl. 2.1) eine endliche Menge von Werten eindeutig zuordnet. Diese „landscape metrics“ erlauben Aussagen darüber, wie sich natürliche und anthropogen initiierte Änderungen der Landschaftsstruktur auf Habitatqualität, Biodiversität und Stofftransportmechanismen auswirken ([102], S.195) und lassen so Rückschlüsse auf die Funktion der Ökosysteme zu ([114], S. 2).

Bemerkung. Ein Landschaftsmaß ist also eine Funktion aus der Menge der Landschafts-

einheiten in eine Menge von reellen Zahlen. Dabei könnten die betrachteten Ausschnitte z.B. groß oder klein, homogen oder heterogen, zusammenhängend oder fragmentiert sein.

Um diese Menge der möglichen Maße besser betrachten zu können, scheint es notwendig zu sein, z.B. die Definitionsbereiche für diese Maße in verschiedene Gruppen zu unterteilen:

Man kann dabei drei verschiedene Betrachtungsebenen bzw. Abstraktionsstufen oder Level für die funktionale Messung der geometrischen Eigenschaften einer Landschaft unterscheiden (vgl. 2.1; [22], S.12 f.).

Patch-Level oder Topische Ebene

Auf der untersten, der ersten Ebene lassen sich die Eigenschaften relativ homogener, individueller Objekte beschreiben. Diese Flächenobjekte können z.B. Landschaftselemente sein. Aber auch geometrische Aggregationen von mehreren Landschaftselementen zu einer neuen Individualfläche können wieder als neues Element aufgefasst werden.

In der englischsprachigen Literatur werden diese homogenen Objekte als Patches bezeichnet. Sie sind „die auf der jeweiligen Betrachtungsebene und unter geltenden Rahmenbedingungen kleinste homogene (kartierte) Einheit [...]“ ([22], S. 11; vgl. [25], S.21; Abschnitt 2.1). Damit können auch die in der deutschsprachigen Literatur als Ökotox, Biotop, Physiotop oder Geotop oder ggf. auch als Eon bezeichneten, räumlichen Repräsentanten der topischen Dimension gemeint sein (vgl. 2.1; [102] S. 34 f.).

Landschaftsmaße, die diese Objekte funktional beschreiben, die sich also auf dem Landschaftselement- bzw. Patch-Level befinden, können somit als *Individual-* oder *Landschaftselementmaße* oder aber auch als *Patchmaße* bezeichnet werden. Im englischen Sprachraum nennt man sie auch *patch-level-metrics* (vgl. z.B. [75]; [25], S. 21).

Der fachwissenschaftliche Hintergrund besteht vor allem darin, dass „prozessual-funktionale Verknüpfungen der Landschaftselemente und Landschaftskomponenten [...] in der topischen Dimension erkennbar und messtechnisch erfassbar“ sind ([102] S. 35). Der landschaftsökologische Bezug ist dadurch gegeben, dass die für die Patchdefinition herangezogene Landbedeckung und Flächennutzung eine Schnittstelle zwischen den natürlichen Bedingungen und dem anthropogenen Einfluss darstellt ([102], S.195).

Bemerkung. Auf dieser Betrachtungsebene sind die Relationen zwischen Objekt (= Patch bzw. Top) und Maß am direktesten. Daher sollte eine Theorie dieser Maße zuerst hier ansetzen.

Class-Level oder Ebene der Klassen von Landschaftselementen

Jegliche Hierarchien der Landschaftsgefüge werden durch Hierarchieebenen der Maße widerspiegelt (vgl. [22]; [102]; [110]; [114]).

Diese Objekte, Patches, Eons oder Tope können z.B. mit Verfahren der Spatial Analysis zu Klassen zusammengefasst werden, die also jeweils Landschaftselemente gleichen Typs enthalten. Dabei können die gemessenen, raumstrukturellen Eigenschaften

durch statistische Aggregationsvorschriften auch zur Charakterisierung der nächsthöheren Ebene verwendet werden. Man erhält dann klassenaggregierte oder zonale Maßzahlen (vgl. auch [75], S. 212 ff.). Es lassen sich in dieser Ebene dann auch Klassen von Klassen niedrigerer Hierarchieebene aggregieren und auswerten.

Maße, die sich auf diesem zweiten, dem Class-Level bewegen, könnten daher eigentlich auch als *Landschaftselementeklassenmaße* bezeichnet werden. Im Englischen nennt man sie *class-level-metrics* oder auch *class-related metrics* (vgl. [25], S.21 f.; [75]).

Häufig werden sie jedoch begrifflich mit den Maßen der dritten Niveaustufe unter dem Begriff „*Landschaftsstrukturmaße*“ zusammengefasst (vgl. auch [75]; [110]; [114]).

Landscape-Level oder Ebene der Landschaft

Auf der dritten Abstraktionsebene soll die Struktur der Landschaft, die erst durch die Kombination der verschiedenen Elemente entsteht und mitunter auch als Landschaftsmosaik bezeichnet wird (vgl. [110]), funktional beschrieben werden. Dazu gehören komplexere Zusammenhänge, wie z.B. auch Anordnungs- und Nachbarschaftsbeziehungen, aber auch Beziehungen zwischen den Patches, die meist auch statistisch darstellbar sind. Die Maße auf diesem Level können demnach als *Landschaftsstrukturmaße* definiert werden und betreffen die gesamte Landschaft bzw. größere Ausschnitte. Sie werden daher im Englischen auch als *landscape-level-metrics* bezeichnet (vgl. [25], S. 22; [75]).

Diese spiegeln in gewisser Weise die Struktur der Landschaft, durch die dann Rückschlüsse auf die Funktion der Ökosysteme möglich sind, wider (vgl. [112]).

2.3.4 Einteilung der Landschaftselemente- und Landschaftsstrukturmaße

Die große Menge an Maßen für diese drei Betrachtungsebenen kann auf verschiedene Art und Weise eingeteilt werden. In der Literatur gibt es diesbezüglich unterschiedlichste Einteilungen z.B. von Stefan Lang und Thomas Blaschke in „Landschaftsanalyse mit GIS“ ([75], S. 223 ff.) oder auch die sehr pragmatische Einteilung von André Botequilha Leitao, Joseph Miller, Jack Ahern und Kevin McGarigal in „Measuring Landscapes“ in die zwei Kategorien *Landscape Composition Metrics* und *Landscape Configuration Metrics* ([25], S.53 f.) oder weitere, wie z.B. in „Landscape Metrics and Indices: An Overview of Their Use in Landscape Research“ [108].

Ulrich Walz hat 2006 eine recht übersichtliche Einteilung veröffentlicht, die hier als Beispiel vorgestellt werden soll und in Tabelle 2.1 fast unverändert wiedergegeben wird. In der Tabelle wird die in Abschnitt 2.3.3 vorgestellte Einteilung der Maße hinsichtlich der Dimension ihrer Definitionsbereiche veranschaulicht, und es werden dazu Kategorien bzw. Maßtypen angegeben.

Maße für einzelne Landschaftselemente - Patch-Level	
Flächenmaße	
Flächengröße	Patchgröße, Standardabweichung der Patchgröße
Größte Einzelfläche	Flächeninhalt der größten Einzelfläche einer Klasse
Formmaße	
Umfang-Flächen-Verhältnis	Zusammenhang zwischen Flächeninhalt und Umfang
Form-Indizes	Vergleich zu einer Standardform
Kantenmaße	
Form der Ränder	Breite (Saum), Kontinuität, Linearität, Länge
Lagebeziehungs- bzw. Nachbarschaftsmaße	
Flächenausrichtung	Position relativ zu einem gerichteten Prozess
Kontext	Matrix der Nachbarschaftsbeziehungen eines Flächentyps
Konnektivität	Grad der Vernetzung
Isolation	Distanz zum nächsten Nachbarn
Abstandsflächenmaße	
Pufferzonen	Analyse der Pufferzonen um Objekte
Kernflächenmaße	
Anzahl der Kernflächen	Anzahl der Kernflächen
Anteil Kernfläche	Gesamtkernfläche einer Klasse, Kernflächenindex
Kontrastmaße	
Höhendifferenz	Differenz der Merkmalsausprägung bzw. Wertigkeit benachbarter Flächen
Differenz Naturnähe	
Maße für Landschaftsmosaik - Class- und Landscape-Level	
Grenz-/Kantenmaße	
Randdichte	Häufigkeit bzw. Dichte von Rändern
Diversitätsmaße	
Reichtum	Anzahl der verschiedenen Flächentypen
Shannon-Diversität	Anzahl und Fläche der verschiedenen Flächentypen
Proportion	Prozentuale Anteile der Klassen
Verteilungsmaße	
Dispersion	Verteilungsmuster von Flächentypen über einen Raum
Gleichmäßigkeit	Gleichwertigkeit der Anzahl/Flächen von Flächentypen
Zerschneidungsmaße	
Größe, Anzahl	Größe und Anzahl unzerschnittener Flächen
Unterteilung	Landschaftszerteilungsindex, effektive Maschenweite

Tab. 2.1: Beispiel für die Einteilung der Landschaftsmaße mit Bezug auf die Betrachtungsebenen ([110], S. 7 - minimal verändert)

Spezifizierung im Sinne der Arbeit

Für die weitere Betrachtung ist es notwendig, die erste Gruppe „Maße für einzelne Landschaftselemente - Patch-Level“ noch weiter zu differenzieren:

- Die drei Unterkategorien „Flächenmaße“, „Formmaße“, „Kantenmaße“ charakterisieren geometrische Eigenschaften der Einzelobjekte (Patches), mit Ausnahme des „Flächeninhalts der größten Einzelfläche einer Klasse“, das dem Class-Level zuzurechnen ist..
- Die „Lagebeziehungs- bzw. Nachbarschaftsmaße“ und „Abstandsflächenmaße“ hingegen stehen für topologische Eigenschaften, d.h. für Relationen der Einzelobjekte (Patches) zu anderen Einzelobjekten, sie beschreiben also schon Eigenschaften, die der Struktur eines Gebietes zuzuordnen sind.
- Die „Kernflächenmaße“ sind hingegen statistische Indizes, weil sie auf Objekte angewendet werden, die aus mehreren Einzelflächen bestehen. Man kann natürlich möglicherweise auch im landschaftsökologischen Sinne, aber erst recht bei geographischen Fragestellungen aus anderen Gebieten (z.B. Siedlungsgeographie) Einzelobjekte betrachten, die aus mehreren nicht miteinander zusammenhängenden Stücken bestehen und diese mit Maßen analysieren. Im Sinne der Definition des Patches, aber vor allem des Econs und des Ökotops, ist das aber nicht der Fall. Hier wäre die Bezeichnung Einzelobjekte, die nach inhaltlichen Gesichtspunkten zu einer Klasse aggregiert werden, angemessener, weshalb dieses Maß dann eher dem Class-Level zugeordnet werden müsste.
- „Kontrastmaße“ geben nach der vorliegenden Beschreibung inhaltliche Differenzen zum untersuchten Einzelobjekt an. Ausnahmen könnten im dreidimensionalen Fall z.B. Höhendifferenzen bilden. Höhendifferenzen könnten dann aber auch den „Formmaßen“ bzw. dann auch der zu „Volumenmaßen“ zu erweiternden Kategorie „Flächenmaße“ zugeschlagen werden. Als reine Beschreibung einer zusätzlichen, nichtgeometrischen Eigenschaft sollten diese Kontrastmaße eher anderen quantitativen Attributklassen zugeordnet werden und aus diesen Maßkategorien gänzlich herausgenommen werden.

Bemerkung. Da das Ziel der vorliegenden Arbeit darin besteht, eine Theorie für Landschaftsmaße zu entwerfen, ist es zweckmäßig, mit den kleinsten Strukturen, d.h. mit den geometrischen Eigenschaften auf dem Patch-Level zu beginnen. Dahinter steckt die Idee, dass auf Grundlage einer theoretischen Basis für diese Dimension durch Aggregation große Teile der anderen Niveaustufen abgedeckt werden können.

Es ist dabei klar, dass hier eingearbeitete Maße, die nicht allein auf rein geometrischen Eigenschaften bzw. mathematischen oder statistischen Erweiterungen von diesen beruhen, nicht auf diese Weise in das theoretische Gebäude mit einbezogen werden können. Dazu

gehören in dieser Aufzählung die Kontrastmaße und auch die topologisch orientierten Maße.

Im Rahmen dieser Arbeit soll daher zwischen Maßen für Landschaftsmosaik und Maßen für einzelne Landschaftselemente unterschieden werden.

Im Folgenden werden die Maße für Landschaftsmosaik (d.h. Maße auf dem Klassen- und Landschaftsniveau), die Kernflächenmaße sowie die topologisch orientierten Lagebeziehungs- und Nachbarschaftsmaße zusammenfassend als ***Landschaftsstrukturmaße*** bezeichnet, da sie mehr strukturelle Eigenschaften widerspiegeln.

Die Maße für Landschaftselemente werden auf die Menge der rein geometrischen Maße, d.h. bzgl. der in Tabelle 2.1 angegebenen Nomenklatur, auf Flächen-, Form- und Kantenmaße eingeschränkt. Diese Maße werden im Folgenden als ***Landschaftsmaße*** bezeichnet und bilden den Gegenstand aller weiteren Untersuchungen im Rahmen der Arbeit.

3 Theorie der Landschaftsmaße

Die in diesem Kapitel vorgestellte Theorie setzt, wie bereits in den vorherigen Abschnitten erläutert, folgende Dinge voraus:

1. Die zu untersuchenden Areale sind als homogene Flächen anzusehen, es sind Patches, die durch ein geschlossenes Flächenstück repräsentiert werden (vgl. 2.1).
2. Sie werden als Polygone im Vektorformat abgebildet, die nicht konvex sein müssen und Löcher enthalten können (vgl. 2.2.1 und 2.2.2).
3. Die betrachteten Maße sind Landschaftsmaße im Sinne des Abschnittes 2.3.3.

Eine sehr große Quantität an empirischen Anwendungen und Untersuchungen im Bereich der Landschaftsmaße erzeugte in den letzten Jahren und Jahrzehnten eine umfangreiche Wissensplattform. Es wurden bereits recht große Bibliotheken und Datenbanken mit softwaretechnischen Umsetzungen verschiedener Maße einer breiten wissenschaftlichen Öffentlichkeit zur Verfügung gestellt (z.B. „FRAGSTATS“, „vLATE“ - vgl. auch Abschnitt 1.4 und insbesondere [84]; [71]; [120]; [76]).

Das hätte wohl zu einer neuen Qualität führen sollen, einem theoretischen Gebäude für diese Menge von Maßen.

Es gibt viele Publikationen zu den verschiedensten konkreten Landschaftsmaßen und im Kontext ihrer jeweiligen praktischen Interpretation eine Reihe von Untersuchungen zur Einteilung dieser Maße nach verschiedenen inhaltlichen Gesichtspunkten oder auch nach praktischen Anwendungsmöglichkeiten, sowohl auf Grund theoretischer Überlegungen als auch auf der Basis statistischer Analysen (vgl. z.B. 2.3.4).

Aber weder diese Bibliotheken mit immer besseren Hilfestellungen für Anwender, noch das Auffinden immer neuer Landschaftsmaße, noch die Kategorisierung der Maße lösen die in Abschnitt 3.1 geschilderten, praktischen Probleme wirklich.

Einem bekannten Zitat von Albert Einstein folgend: „Man kann ein Problem nicht mit der Denkweise lösen, die es erschaffen hat.“ (vgl. [79]), erscheint es also zweckmäßig, das Problem von außen zu lösen, d.h. einen völlig neuen Ansatz zu wagen, dessen allgemeine Idee im Abschnitt 3.2 vorgestellt wird.

Zur Vorbereitung der Umsetzung dieser Idee werden die grundlegenden Eigenschaften, die alle Landschaftsmaße erfüllen müssen, vorgestellt (vgl. 3.2.1) und dann Möglichkeiten zur Veranschaulichung der Thematik aufgezeigt (vgl. 3.2.3).

Die konkrete Realisierung der vorliegenden Theorie erfolgt dann im Abschnitt 3.3, wobei in den abschließenden beiden Abschnitten dieses Kapitels der Praxisbezug bzw.

die Relation zu einer Reihe von bekannten und häufig benutzten Landschaftsmaßen betrachtet wird.

3.1 Probleme bei der Auswahl des geeigneten Landschaftsmaßes

Nach inhaltlichen Gesichtspunkten ausgegrenzte Landschaftselemente sollen hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften differenziert werden. Das bedeutet, dass hier nicht mehr das Zustandekommen der geometrischen Objekte infrage gestellt werden soll (vgl. 2.2.2). Die Areale werden als gegeben angenommen, und es werden die Maße gesucht, die ausschließlich auf der Basis geometrischer Eigenschaften einen fachwissenschaftlichen, z.B. landschaftsökologischen Inhalt bewerten und sie damit von anderen Arealen abgrenzen können. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Objekte in Form von Geodaten in einem GIS vorliegen. Nun stellt sich die Frage, wie solche Maße in der Praxis überhaupt gefunden werden können?

Prinzipiell gibt es zunächst folgende zwei mögliche Vorgehensweisen:

1. Es wird auf vorhandene GIS-Bibliotheken oder Datenbanken zurückgegriffen, wie z.B. „FRAGSTATS“ [84], „vLATE“ [76], [75] (S. 64f) oder z.B. in „IDEFIX“ [71] nach einem passenden Maß gesucht. Anders gesagt: Aus einer Menge vorgegebener Maße wird das Maß herausgesucht, das dem fachwissenschaftlichen Hintergrund am besten zu entsprechen scheint.
2. Es wird gezielt ein neues Maß konstruiert, das die gewünschten Eigenschaften repräsentiert.

Die Probleme bei beiden Varianten werden in den nächsten beiden Abschnitten diskutiert.

3.1.1 Variante 1: Verwendung von Landschaftsmaßen aus vorhandenen GIS-Bibliotheken oder Datenbanken

Bei der ersten, sicherlich in der Praxis üblicheren Verfahrensweise, kann der Anwender zwar sehr schnell diese Landschaftsmaße berechnen, da sie in gängigen Geographischen Informationssystemen häufig schon implementiert sind (vgl. dazu z.B. [75], S. 64 ff.) oder direkt auf die entsprechenden Geodaten angewendet werden können, aber es gibt zumindest zwei grundlegende Probleme:

- die Vorauswahl der Maße in der Bibliothek
- die Interpretation der Maße, d.h. ihre Abbildung auf die inhaltliche Fragestellung.

In einer Bibliothek entstehen wegen der großen Anzahl der Maße eine Reihe von Redundanzen, auf die z.B. von McGarigal und Marks explizit hingewiesen wurde (vgl. [84]

S. 28 f.), die mitunter als alternative Repräsentation derselben Information gewünscht werden, aber auch eine empirische Redundanz widerspiegeln könnten, die möglicherweise ein Hinweis auf völlig anders determinierte Eigenschaften der Landschaftselemente ist. Gerade aber diese Intransparenz kann es für den Anwender erschweren zu entscheiden, ob ähnliche Bewertungen bei der Verwendung solcher Maße an der mathematisch begründeten Redundanz liegen oder andere, inhaltliche Ursachen haben. Aus diesem Grund können wissenschaftlich begründete Aussagen unter Umständen nur sehr schwer daraus abgeleitet werden. Bei der Verwendung von Maßen aus solchen Bibliotheken müssten eventuelle, mathematisch verursachte Redundanzen durch den Anwender im Vorfeld der Verwendung überprüft werden.

Die manchmal starken Korrelationen der Maße einer solchen Bibliothek (insbesondere in „FRAGSTATS“) veranlassten McGarigal, Leitao, Miller und Ahern auch dazu, auf der Grundlage von Literaturrecherchen und Expertenkonsultationen (vgl. [25], S. 52 f.) die für die Landschaftsplaner empfohlenen Maße auf eine Menge von zehn Maßen zu begrenzen. Sie behaupten dabei natürlich weder, dass es sich bei dieser Auswahl um die besten Maße handle, noch, dass diese die Eigenschaften der Landschaftselemente am besten widerspiegeln würden. Die Auswahl wurde statistisch begründet, indem man die am häufigsten verwendeten Maße in dieser Auswahl berücksichtigte. Aber problematisch scheint diese Vorgehensweise gerade auch wegen dieser Begründung zu sein. Wenn dann zu einem späteren Zeitpunkt wieder eine Literaturrecherche zur Häufigkeit der Verwendung der Landschaftsmaße erfolgen wird, ist es schon wegen dieser Beschränkung und Empfehlung durch so prominente Autoren zu erwarten, dass genau diese ausgewählten Maße tatsächlich am häufigsten angewandt wurden.

Die Beschränkung der Maße kann also sowohl statistisch, z.B. durch eine Faktorenanalyse (vgl. [75], S. 214 ff.) oder eher „inhaltlich-semantisch“ erfolgen ([76], S. 2; [75], S. 217 ff.; [25], S. 52 f.), wobei man sie z.B. „nach dem Potenzial der jeweiligen Maßzahlen zur Beantwortung naturschutzfachlicher Fragestellungen im Natura-2000-Kontext“ ([75], S. 218) auswählt oder allgemeiner versucht, eine Vorauswahl auf die Maße vorzunehmen, die nach Ansicht einer Gruppe von Fachleuten für die Landschaftsplaner geeignet zu sein scheinen (vgl. [25] S. 52 f.). Jedoch kann keine Expertengruppe voraussehen, welche neuen Fragen in einigen Jahren in derselben Disziplin oder aber schon bald im Kontext verwandter Nachbardisziplinen auftauchen könnten, die möglicherweise nicht durch die Auswahlmenge abgedeckt werden kann. Die statistischen Auswahlverfahren hingegen hängen stark von der Grundmenge der so untersuchten Maße ab, berücksichtigen aber nicht die ökologische Sinnhaftigkeit der Maße und auch nicht, wie z.B. ähnliche Maßzahlen, tatsächliche Veränderungen in den Untersuchungslandschaften (vgl. [75], S. 214 ff.).

Insofern sind jegliche Auswahlbeschränkungen stets kritisch zu hinterfragen.

Um die Praktikabilität der Auswahl der Maße zu erleichtern, gibt es sowohl recht ausführliche mathematische und inhaltliche Beschreibungen in den Dokumentationen, z.B. bei „FRAGSTATS“ ([84], S. 22 ff. bzw. in der Programmhilfe) als auch in Datenbanken, wie z.B. in „IDEFIX“ (Indicator Database for Scientific Exchange), die eine umfangreiche

Ergänzung und hilfreiche Unterstützung der Fachwissenschaftler bieten können (vgl. [71]).

Außerdem entstanden und entstehen immer weitere Bibliotheken und Programmtools zur Berechnung der Landschaftsmaße. Insbesondere die Internet- und Cloud-Nutzung für GIS-Applikationen und die Verbreitung von Open Source-Lösungen erhöhen die Anzahl der bereit gestellten Tools in diesem Bereich. Von Zaragozí et al. wurden z.B. tabellarisch die sechs im Jahr 2011 bekanntesten Tools/Bibliotheken aufgelistet und hinsichtlich Plattform, Lizenzmodell, Programmiersprache, Datenformaten und weiteren Anforderungen (z.B. Anbindung an andere GIS-Programmpakete) miteinander verglichen (vgl. [120], S. 133).

Jedoch bergen all diese Bibliotheken die oben genannten Probleme in sich, die durch unterstützende Beschreibungen, Dokumentationen und Datenbanken zwar abgemildert, jedoch nicht vollständig beseitigt werden können.

Das Entstehen weiterer Bibliotheken führt aber gerade wieder zum Anwachsen der Zahl der zur Verfügung stehenden Maße mit den oben genannten Problemen.

3.1.2 Variante 2: Konstruktion neuer, „passender“ Landschaftsmaße

Zur zweiten Vorgehensweise gelangt man in der Praxis häufiger dann, wenn in den bekannten Bibliotheken kein Maß der praktischen Fragestellung zu entsprechen scheint. Diese Vorgehensweise ist grundsätzlich jederzeit möglich, beinhaltet aber ihrerseits auch mehrere Probleme:

- Es ist nicht so einfach, komplexere, geometrische Zielstellungen als mathematisches Maß abzubilden, d.h. es ist mathematisches und wegen der technischen Realisierung für größere Geodatenmengen programmiertechnisches Knowhow dafür nötig.
- Möglicherweise kann das neu gefundene Maß dann nur für ein ausgewähltes Gebiet und eine konkrete Fragestellung geeignet und nicht auf andere Untersuchungsräume übertragbar sein.
- Die Hinzunahme weiterer Maße vergrößert die Auswahlmenge an Maßen immer mehr. Die Gefahr der Redundanz zu anderen, vorhandenen Maßen ist gegeben.

3.1.3 Verdeutlichung der Problematik an einem Beispiel

Diese Problematik soll im Folgenden kurz an einem Beispiel illustriert werden. Der Autor selbst kam im Großforschungsprojekt „Aufgabe und Funktion unzerschnittener, störungsarmer Landschaftsräume für Wirbeltierarten mit großen Raumansprüchen“ in den Jahren 1994 bis 1997 zu einer derartigen Fragestellung (vgl. [14]; [21]; [60]; [59]; [115]).

Es wurden im Verlaufe des Projektes unzerschnittene und störungsarme Gebiete abgegrenzt. Dazu sollte dann ihre potentielle Eignung für bestimmte Tierarten untersucht

werden. Aus praktischen Gründen wurde dafür die sogenannte Störungskorridormethode verwendet (vgl. [60]; [59]). „Die unzerschnittenen Räume ergeben sich danach als Komplementärflächen zu Gebieten mit hoher Störintensität. Als solche werden Siedlungsflächen, Straßen und Eisenbahnlinien mit ihren angrenzenden Störungszonen aufgefasst. Diese ‚Störungszonen‘ um die Siedlungen herum werden differenziert nach Siedlungsgrößengruppen ermittelt: [...] Die Störungskorridore um Verkehrswege (ohne Spurplattenwege) betragen für Autobahnen 500 m, für Bundesstraßen 300 m, für Landesstraßen 200 m, für Kreisstraßen 100 m und für Ortsverbindungsstraßen sowie Eisenbahnlinien 50 m jeweils beidseitig der Verkehrsachse. Die Mindestgröße eines störungsfreien Raumes sollte dann 4 km² betragen und eine geeignete Gestalt bzw. Kontur aufweisen, wofür ein Mindestradius von 1 km für den Inkreis verlangt wird.“ ([60], S. 81).

Bei aller Diskussionswürdigkeit dieser Ausgrenzungsmethodik waren gerade die resultierenden, dazwischen liegenden, unzerschnittenen, störungsarmen Räume insbesondere hinsichtlich ihrer Gestalt und ihres Flächeninhalts für tierökologische Belange von besonderer Bedeutung (vgl. [59], S. 21).

Ungünstige Formen der Nahrungshabitate z.B. um einen Bau bzw. ein Nest könnten u.a. dazu führen, dass Verkehrstrassen häufiger überquert werden müssen, weshalb dann der Brut- und Aufzuchterfolg gemindert werden oder es besonders bei Jungtieren zu größeren Verlusten kommen könnte. Weitere Störungen durch Lärmbelästigungen, Verschmutzungen usw. könnten auch die Jungtieraufzug negativ beeinflussen. „Optimal für die untersuchten Tierarten wären möglichst große, kreisförmige Areale, da so von einem inneren Punkt aus, dem Mittelpunkt (z.B. als optimaler Horststandort), der Abstand zu allen Zerschneidungsachsen bzw. Siedlungen maximiert werden kann. Das gesuchte Gestaltsmaß muß außerdem sinnvoll mit dem Flächeninhalt kombiniert werden können, da bei großen Arealen die spezifische Wirkung der Gestalt auf die tierischen Lebensräume sinken kann, da oberhalb einer gewissen Mindestgröße trotz einer ungünstigen Form die Störungszonen einfach hinreichend weit entfernt sind.“ ([59], S. 23).

Wichtig ist dann, dass das Maß flächeninhaltsunabhängig sein muss, um beide Größen miteinander verknüpfen zu können.

Auf der Suche nach diesem Maß wurden auch die Literatur und damals bekannte Bibliotheken wie „FRAGSTATS“ durchforstet. Um die angebotenen Maße hinsichtlich ihrer Eignung zu untersuchen, wurde ein Testset erstellt, das zum Teil eine Teilmenge des unter 3.2.3 vorgestellten Testsets war und aus dem Untersuchungsraum abstrahierte Flächen beinhaltete. Die befriedigende Bewertung der Testfiguren wäre dann natürlich nur eine notwendige Bedingung für das gesuchte Maß. Die in den Bibliotheken angebotenen Maße erfüllten nicht die Intention der Anwendung.

Aus Gründen, die auch in den Abschnitten 3.3.3 und 4.3 beschrieben werden, schied der von den Zoologen präferierte Inkreisradius aus. Daher wurde 1997 von Thomas Steinfeld und Olaf Kappler ein neues Gestaltsmaß, der sogenannte Kreisförmigkeitsindex oder Circle Shape Index *CSI*

$$CSI = \frac{3}{|A|} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy = \frac{3}{\pi r^2} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy$$

entwickelt. Hierbei ist A die untersuchte Fläche, r der Radius eines Kreises mit dem zu A gleichen Flächeninhalt $|A|$ und $\rho(x, y)$ der minimale Abstand von einem Punkt $P(x, y)$ zur Peripherie der Fläche (vgl. [59]; [65]).

Bemerkung. Dieses Maß ist unabhängig vom Flächeninhalt, da das Integral mit dem Inhalt der Fläche normiert wurde. Für den Kreis erreicht der Kreisförmigkeitsindex seinen Maximalwert 1. Da das Integral dem Erwartungswert eines zufälligen Versuches entspricht, bei dem für jeden ausgewählten inneren Punkt des Areals die Minimaldistanz zur Peripherie bestimmt wird, lässt sich die rechentechnische Umsetzung über einen stochastischen Algorithmus realisieren (vgl. [59]; [65]). Das Verhältnis dieses Maßes zu anderen, seine Einordnung in das theoretische Gebäude dieser Arbeit usw. werden auch im Abschnitt 4.3 näher diskutiert.

Dieses Maß spiegelte recht gut die Fragestellung nach der Kreisförmigkeit im Sinne der geforderten Aufgabenstellung innerhalb des Projektes wider, dennoch taten sich die Fachwissenschaftler mit seiner Anwendung etwas schwer, möglicherweise vor allem auch deshalb, weil die Formel offensichtlich nicht sehr anschaulich ist.

Zudem beschreibt der CSI nur einen sehr speziellen Fall, die Ähnlichkeit zu einer konkreten Figur, dem Kreis. Bei anderen, scheinbar ähnlichen, praktischen Fragestellungen müsste der Fachwissenschaftler die zugrunde liegenden mathematischen Aspekte ausreichend tiefgreifend verstehen, um entscheiden zu können, ob auch dieses andere Problem mit diesem Maß abgebildet werden kann. Im konkreten Fall ist der Name „Kreisförmigkeitsindex“ bzw. „Circle Shape Index“ sehr aussagekräftig und bei dieser Entscheidungsfindung recht hilfreich, aber das kann und muss bei ähnlichen Maßen nicht immer der Fall sein.

Ein Vorteil dieses Maßes besteht auch darin, dass die Gefahr der Redundanz zu anderen Maßen relativ gering zu sein scheint, aber trotzdem nicht ganz auszuschließen ist.

Um Ähnlichkeiten zu anderen Figuren auf Grund von praktischen Fragestellungen zu messen, z.B. zur Ellipse, zum Quadrat, zum Dreieck usw., müssten dann wieder andere spezielle Maße konstruiert werden. Damit würde sich die Auswahlmenge der Landschaftsmaße immer weiter vergrößern.

3.2 Der Lösungsansatz

Um diesen gordischen Knoten zu zerschlagen, erschien es dem Autor zweckmäßig, einen völlig anderen, einen neuen Weg zu wählen.

Daher bleiben alle bisherigen Klassifikationen von solchen Maßen wie die Einordnung nach Form-, Flächen-, Kantenmaßen usw. (vgl. z.B. [110], S. 7) hier vorerst unberücksichtigt. Unter der Zielsetzung, Landschaftsmaße für einzelne Landschaftselemente, zu erzeugen (vgl. Abschnitt 2.3.4), wird sich zunächst auf die Zielstellung aller Maße zu-

rückgezogen, d.h. flächenhafte Objekte, in unserem Fall Patches, sollen ganz allgemein hinsichtlich geometrischer Eigenschaften differenziert werden.

Diese Differenzierungen sollen in Abhängigkeit von inhaltlichen Fragestellungen unterschiedlich stark gewichtet werden können. Diese Wirkung der Wichtungen und der Einfluss bestimmter Parameter sollte für den anwendenden Fachwissenschaftler, d.h. auch für Nichtmathematiker, jedoch transparent bleiben, da nur so Entscheidungen zur Qualität der Abbildung von fachspezifischen Fragestellungen auf das Landschaftsmaß tatsächlich möglich werden.

Die Maße sollten bei Bedarf adaptiv modifiziert werden können. Dabei müssen alle Eigenschaften aus 3.2.1 erfüllt werden: Existenz, Eindeutigkeit, Dimension, Unabhängigkeit der Maße, Richtungsinvarianz/Isotropie, Berechenbarkeit, Stetigkeit bei Maßstabsänderungen/Generalisierungen, Plausibilität und Interpretierbarkeit.

Ansatz

Um all diese Forderungen zu erfüllen, wird ein neuer Ansatz gewählt:

Zuerst wird eine Menge von Grundmaßen $\{g_1, g_2, g_3, g_4, \dots, g_n\}$ gesucht, die folgende Bedingungen erfüllen müssen:

- All die gewählten Grundmaße müssen geometrische Eigenschaften der Objekte widerspiegeln.
- Eine relativ leichte inhaltliche Interpretation muss möglich sein.
- Es muss Redundanzfreiheit unter all diesen Grundmaßen gewährleistet sein, auch um sie bei Bedarf miteinander funktional kombinieren zu können.
- Bei einer funktionalen Kombination der Grundmaße miteinander muss eine unterschiedliche Wichtung dieser Grundmaße möglich bleiben.

Aus dieser Menge von Grundmaßen werden dann konkrete Landschaftsmaße L_i als Funktion dieser Grundmaße zusammengesetzt, d.h.

$$L_i = f(g_1, g_2, g_3, g_4, \dots, g_n).$$

3.2.1 Die Eigenschaften der Grundmaße

Alle Grundmaße sollten jedoch einige grundlegende Eigenschaften erfüllen, um für die geometrische Bewertung von Landschaftselementen überhaupt geeignet zu sein.

Existenz

Das Grundmaß sollte für jedes Objekt existieren.

Bemerkung. Jede denkbare geometrische Form eines Patches soll damit bewertet werden können.

Eindeutigkeit

Das Grundmaß sollte eindeutig sein.

Bemerkung. Es existiert also eine Funktion von der Menge der Objekte in den Wertebereich des Grundmaßes.

Dimension

Jedes Grundmaß sollte die gleiche Dimension aufweisen.

Bemerkung. Diese Eigenschaft ist bedeutsam in Hinblick auf die Konstruktion des Parameterraums und spätere Wichtungen im Rahmen der funktionalen Verknüpfung der Grundmaße.

Unabhängigkeit der Maße

Jedes Grundmaß sollte funktional unabhängig von den anderen Grundmaßen sein.

Bemerkung. Die Grundmaße sollen zur Bildung komplexerer Landschaftsmaße einen redundanzfreien Parameterraum aufspannen. Auch das ist eine Voraussetzung für die spätere, funktionale Verknüpfung.

Richtungsinvarianz/Isotropie

Die Maßfunktion liefert unabhängig von der Ausrichtung des Objektes den gleichen Wert.

Bemerkung. Nach 2.2.1 werden diese Grundmaßfunktionen hier nur auf Polygone in Vektordarstellung angewandt, weshalb diese Eigenschaft, die Invarianz der Maße gegenüber der Bewegungsgruppe der Ebene, in jedem Fall erfüllt ist.

Berechenbarkeit

Für die Berechnung der Grundmaße sollte immer ein praktikabler Algorithmus existieren.

Bemerkung. Hierunter sei im Kontext dieser Arbeit weniger die Forderung nach der Problemlösung in polynomialer Zeit verstanden bzw. der über Turing-Maschinen definierte Berechenbarkeitsbegriff aus der Algorithmentheorie gemeint (vgl. z.B. [85], S. 163; [96] S. 153-195). Dieser muss selbstverständlich notwendigerweise auch hier erfüllt sein. Es sei hier darunter eine anwendungsorientierte Deutung dieses Begriffs zu verstehen, denn nur, wenn ein Algorithmus zur Berechnung des Maßes existiert, der es für große Datenmengen in praxisrelevanten Zeiträumen berechnen kann, ist das Maß für solche Anwendungen überhaupt geeignet. Die Algorithmen zur Berechnung der Grundmaße müssen sogar

recht schnell sein, um auf große Datenmengen angewendet werden und praktikable Einbindungen in Geographische Informationssysteme überhaupt ermöglichen zu können und sollten möglichst parallelisierbar sein, um moderne Computer effizient ausnutzen zu können.

Neben diesen sechs eher mathematischen bzw. informationstechnischen Eigenschaften gibt es noch weitere Anforderungen an die Grundmaße, die die tatsächliche Eignung für geographische und landschaftsökologische Fragestellungen entscheidend mitbestimmen, wobei hierbei immer klar sein muss, dass das Maß nicht auf das tatsächliche Landschaftselement, sondern nur auf ein geometrisches Abbild davon angewandt wird:

Maßstabs- und Generalisierungsproblem

Die Grundmaße sind unabhängig vom Darstellungsmaßstab. Sie werden immer direkt auf die digital erfassten Flächenobjekte angewendet. Die Grundmaße können folglich nicht für Linien- oder Punktobjekte ermittelt werden.

Die Maßfunktionen sollen stetig sein. Als Konsequenz daraus folgt, dass bei einer stetigen Generalisierung keine sprunghaften Veränderungen der Funktionswerte für ein konkretes Objekt erfolgen werden. Verändern sich bei einer starken Generalisierung die Objekteigenschaften erheblich, so würden sich möglicherweise auch die Grundmaße stark verändern.

Bemerkung. Da die Objekte in der realen Welt immer eine flächenhafte Ausprägung besitzen, Grenzlinien hier also nur als Rand eines Areals interpretiert werden sollten, muss der Datenerfassungsmaßstab nur hinreichend groß gewählt werden, um dieser Forderung zu entsprechen.

Die Untersuchungsobjekte haben immer endlich viele Eckpunkte (vgl. 2.2.2), daher existiert auch immer ein Maßstab, in dem jeder Eckpunkt eindeutig erkennbar ist. Das hier untersuchte Objekt verändert sich nicht bei einer Vergrößerung bzw. Verkleinerung des Maßstabs, möglicherweise anders als bei natürlichen Objekten, wie z.B. Küstenabschnitte (vgl. auch 3.5.4.1; [82] S. 37 ff.).

Eine Generalisierung führt immer zu einer Reduzierung von Eckpunkten der Untersuchungsobjekte, auf deren Grundlage aber diese Maße gebildet werden. Bei der Herausnahme einzelner Eckpunkte, sofern es sich danach noch um ebene Flächen mit mindestens 3 Punkten handelt, sollte das Maß jedoch relativ stabil bleiben.

Plausibilität bzw. Optimalität im Sinne der Fragestellung - Interpretierbarkeit

Die Grundmaße sollten als Basisparameter so einfach wie möglich gebildet werden und möglichst allgemein verständliche geometrische Eigenschaften beschreiben. Diese Eigenschaften müssen im Sinne der späteren Anwendung interpretierbar sein.

Dann können sie später funktional zu komplexeren Landschaftsmaßen nach Anwendungsgesichtspunkten verknüpft werden, d.h. aber, wie die funktionale Verknüpfung genau

aussieht, z.B. welche Wichtungsfaktoren den einzelnen Grundmaßen zugeordnet werden, das bleibt dann der fachwissenschaftlich begründeten, möglicherweise auch subjektiven Entscheidung des Anwenders überlassen.

Bei Erfüllung der in diesem Abschnitt genannten Kriterien wäre diese Entscheidung dann aber stets nachvollziehbar.

3.2.2 Funktionale Kombination der Grundmaße

Grundsätzlich könnten die Grundmaße bei Erfüllung der unter 3.2.1 genannten Eigenschaften zur weiteren Interpretation auch direkt mittels statistischer Verfahren, wie z.B. der Clusteranalyse zu einer Differenzierung oder Typisierung der Objekte verwendet werden (vgl. 4.1).

Im Allgemeinen liefert eine funktionale Verknüpfung jedoch im Vergleich dazu vielfältigere Möglichkeiten zur Analyse, Untersuchung bzw. Bewertung der Objekte:

$$L_i = f(g_1, g_2, g_3, g_4, \dots, g_n)$$

Man kann diese Funktion z.B. durch eine einfache Formel realisieren:

$$L_i = \gamma \cdot g_1^{a_1} \cdot g_2^{a_2} \cdot g_3^{a_3} \cdot g_4^{a_4} \cdot g_5^{a_5} \cdot \dots \cdot g_n^{a_n} + c$$

Sollte eine Menge, z.B. von fünf Grundmaßen für eine hinreichende Differenzierung der Objekte nicht ausreichen, könnte das Produkt beispielsweise durch multiplikative Hinzunahme weiterer Grundmaße g_6, \dots, g_n ergänzt werden.

Für diese Grundformel wurde ein Produkt gewählt, da es sich nach Ansicht des Autors, wie im Folgenden erläutert, dabei um die bestmögliche Kombination der Grundmaße handelt.

Der Koeffizient γ und die Konstante c haben die Funktion, das Maß auf ein gewünschtes Zielintervall abzubilden, d.h. durch eine geeignete Wahl von diesem Koeffizienten kann jede gewünschte Skalierung erreicht werden, und die Konstante c sorgt für eine Verschiebung der Werteintervalle an eine gewünschte Position. Die den Grundmaßen g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 zugeordneten Exponenten a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 sorgen für die entsprechende Wichtung der jeweiligen Einzelmaße:

- Ist der Exponent 0, wird das entsprechende Grundmaß nicht berücksichtigt.
- Ist der Exponent 1, wird es mit einfachem Gewicht verwendet.
- Ist der Exponent größer als 1, erhöht sich das Gewicht des Einzelmaßes.
- Liegt der Exponent zwischen 0 und 1, geht das Grundmaß entsprechend geringer wertig in den Gesamtwert ein.

- Ist der Exponent kleiner als 0, wird das übrige Produkt zu diesem Maß ins Verhältnis gesetzt.

Diese Vorgehensweise würde gegenüber den bisherigen Verfahrensweisen mehrere Vorteile aufweisen:

- Die zusammengesetzten Maße wären immer klar interpretierbar. Entsprechend liefert die Formel durch die einzelnen Wichtungsfaktoren immer eindeutige Aussagen zum Beitrag jedes einzelnen Grundmaßes g_j zum resultierenden Landschaftsmaß L_i .
- Damit wäre eine Rückführung der mathematischen Erkenntnisse auf die fachliche Problemstellung deutlich erleichtert.
- Verschiedene, so gebildete Landschaftsmaße wären so hinsichtlich ihrer Abhängigkeiten und Zusammenhänge leichter vergleichbar, da ihre Bildung bzw. Konstruktion transparenter wäre.

Die Wahl der Multiplikation als mathematische Verknüpfung für die Grundformel ist vor allem deshalb praktikabel, weil sich mehrere, bereits in der Praxis verwendete Landschaftsmaße dann leichter auf sie zurückführen ließen (vgl. 3.5.2).

Bemerkung. Die Dimension des resultierenden Landschaftsmaßes wird bei multiplikativen Verknüpfung durch die Wichtungsfaktoren, die Exponenten bestimmt.

Bemerkung. Auch viele andere funktionale Kombinationen wären aus mathematischer Sicht grundsätzlich möglich. So könnte man z.B. auch folgende, auf einer Summe basierende, Formel benutzen:

$$L_i = a_1 \cdot g_1 + a_2 \cdot g_2 + a_3 \cdot g_3 + a_4 \cdot g_4 + a_5 \cdot g_5 + c$$

wobei auch hier die a_i die Wichtungsfaktoren für die jeweiligen Grundmaße darstellen und c für eine Verschiebung der Werteintervalle an eine gewünschte Position sorgt. Die Skalierung würde hier durch die einzelnen Wichtungsfaktoren a_i gewährleistet sein. Diese Formel kann aus der Produktformel einfach durch Logarithmierung hergeleitet werden und ist möglicherweise dann interessant, wenn sich die Grundmaße hinsichtlich ihrer Größenordnungen sehr stark unterscheiden sollten. Dieser Fall tritt aber bei den, im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Grundmaßen nicht auf, könnte aber bei der Verwendung anderer Grundmaße durchaus relevant werden.

Bemerkung. Der Grund für die Bevorzugung der Produktformel gegenüber anderen funktionalen Verknüpfungen ist hier nicht mathematischer Art, sondern ausschließlich durch die spätere praktische Verwendung determiniert (vgl. z.B. Abschnitt 4.3).

3.2.3 Veranschaulichung der Theorie

Definition eines Testsets

Zur Veranschaulichung von Landschaftsmaßen ist es zweckmäßig, ein Testset, bestehend aus abstrakten Objekten, die sowohl geometrische Grundfiguren als auch aus realen Landschaftselementen abstrahierte, generalisierte Areale sein können, zu konstruieren. Eine mögliche Auswahl, auf deren Figuren in den nächsten Abschnitten häufiger Bezug genommen wird, zeigt Abbildung 3.1.

Diese hier verwendeten Objekte besitzen wegen ihrer Konstruktion sehr spezielle geometrische Eigenschaften, die an gegebener Stelle jeweils noch erläutert werden. Einige dieser Figuren wurden vom Autor bereits in der Vergangenheit bei der Untersuchung des Circle Shape Index verwendet (vgl. z.B. [59], S. 28). Die Menge der Testfiguren wurde für die vorliegenden Zwecke jedoch deutlich erweitert.

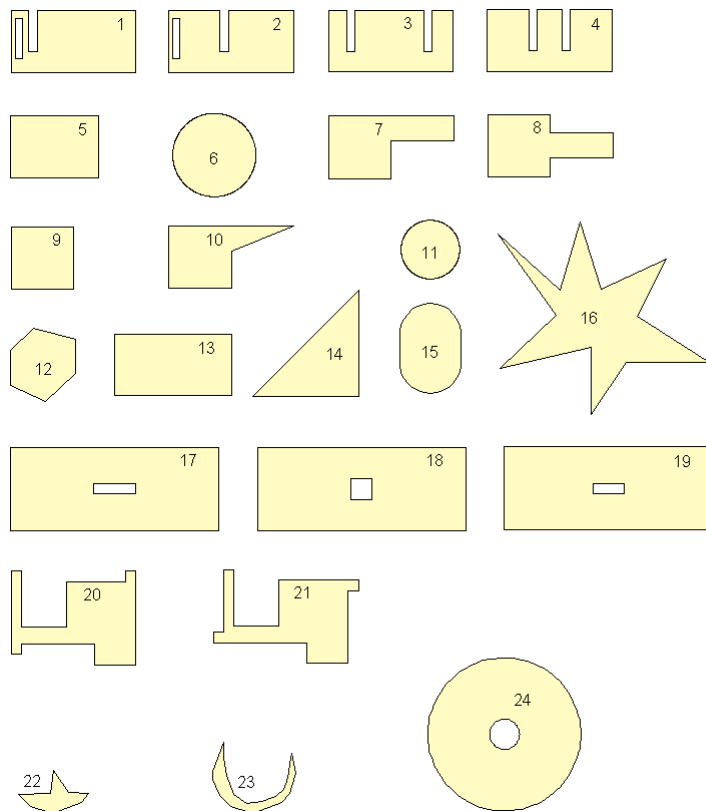


Abb. 3.1: Auswahl möglicher Testfiguren

Ein derartiges, abstraktes Testset sollte immer dann verwendet werden, wenn für eine praktische Fragestellung nach einem geeigneten Landschaftsmaß gesucht wird. Mit diesen Testfiguren kann dann überprüft werden, ob das Maß tatsächlich über die inhaltlich gewünschten Eigenschaften verfügt, denn das wäre eine notwendige Bedingung für die Eignung eines solchen Maßes (vgl. z.B. Abschnitt 4.2).

Die vorgestellte Auswahl an Testfiguren ist jedoch nie vollständig, daher kann durch Verwendung eines Testsets die Eignung eines Maßes niemals hinreichend geklärt werden.

Es wäre also durchaus wünschenswert, die Menge dieser Testfiguren ständig zu erweitern. Daher sind sie 2014 vom Autor unter [61] zur freien Verwendung, Nachnutzung, Ergänzung und Weiterleitung als Shapedatei bereit gestellt worden. Für das vorgestellte Testset (3.1) sind alle Objekte in einem realen, metrischen Koordinatensystem konstruiert worden, d.h. z.B. die Objekte 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 13 besitzen alle eine Ausdehnung von 300 m in y-Richtung. Das Quadrat (Nr. 9) besitzt entsprechend die gleiche Ausdehnung auch in x-Richtung. Detailliertere Angaben zu den Objekten sind in der Tabelle 3.1 im Abschnitt 3.3.6 zu finden.

Diese Testfiguren wurden extra so konstruiert, dass sie mitunter in einem oder mehreren Grundmaßen, die in den folgenden Kapiteln definiert werden, übereinstimmen bzw. sich nur in genau einem unterscheiden (vgl. 3.3).

Mit diesen Testobjekten kann daher später die Wirkung der funktionalen Verknüpfungen der Grundmaße besser verdeutlicht werden (vgl. Abschnitt 4.2).

Ein Beispielraum

Zur Veranschaulichung der Landschaftsmaße wird hier ein Ausschnitt mit Geodaten einer Biotoptypen- und Nutzungskartierung aus dem Bundesland Sachsen-Anhalt verwendet. Diese Daten sind zu Übungszwecken auf einer CD dem Buch „Landschaftsanalyse mit GIS“ [75] beigelegt, dessen Autoren Stefan Lang und Thomas Blaschke freundlicherweise ausdrücklich die Nutzung im Rahmen dieser Arbeit gestatteten.

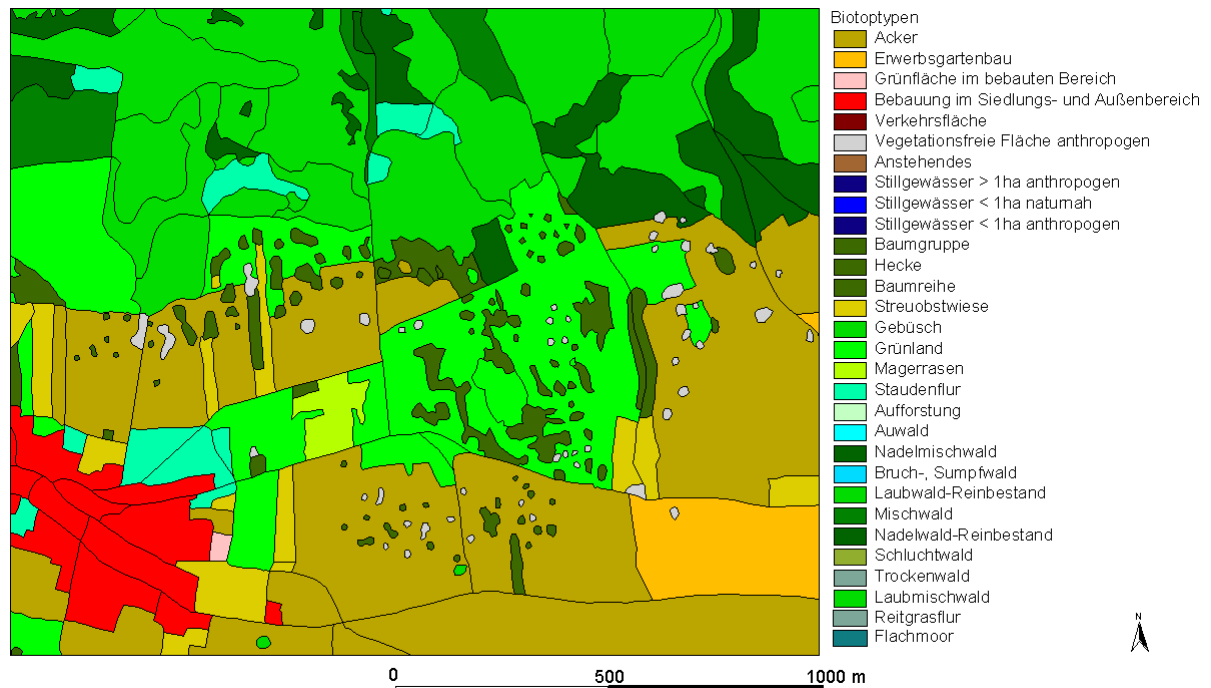


Abb. 3.2: Beispielraum - Landnutzungsdaten (Datenquelle [75])

Der in Abbildung 3.2 dargestellte, beispielhafte Untersuchungsraum zeigt Landnutzungsdaten in einem realen Gebiet. In den folgenden Abschnitten werden die Grund- und die daraus zusammengesetzten Landschaftsmaße auf alle Areale in diesem Gebiet angewandt.

Damit sollen hier lediglich die Werte dieser Maße veranschaulicht werden, wenn sie nicht für Elemente des Testsets sondern für reale Landschaftselemente berechnet werden. Natürlich wären sinnvolle fachwissenschaftliche Fragestellungen, die eine Anwendung auf all diese Objekte ohne vorherige Differenzierung vorsehen, wohl nur schwer vorstellbar. Das soll im Interesse des methodologischen Ansatzes dieser Arbeit jedoch an dieser Stelle vernachlässigt werden (vgl. auch Abschnitt 4.2).

3.3 Die fünf Grundmaße

Es werden in diesem Abschnitt fünf Grundmaße vorgestellt, die alle geforderten Eigenschaften (vgl. Abschnitt 3.2.1) erfüllen. Es handelt sich dabei durchweg um bekannte und leicht interpretierbare Maße. Diese Grundmaße sind redundanzfrei und ermöglichen eine zumindest für viele geographische Grundfragen hinreichende Differenzierung der Flächenobjekte. Ist eine solche Differenzierung durch eine geeignete funktionale Verknüpfung dieser Maße möglich, so kann z.B. durch die geeignete Wahl der Exponenten, des Skalierungsfaktors und der Verschiebungskonstante (vgl. dazu 3.2.2) eine recht gute Widerspiegelung der fachspezifisch gewünschten Zuordnung erreicht werden (vgl. 4.2).

Die ersten vier Grundmaße findet man in ähnlicher Form u.a. auch schon bei Haggett (1972 bzw. 1973), der seinerseits Bezug auf Arbeiten von Krumbein (1941) und Pettijohn (1957) nahm (vgl. [50], S. 284 f.). Andere Beispiele, die den hier vorgestellten ähneln, wurden auch schon in den Abschnitten 1.3 und 1.4 vorgestellt. Genauere Zusammenhänge zwischen diesen Landschaftsmaßen und der im Folgenden präsentierten Theorie werden im Abschnitt 3.5.2 und in Tabelle 3.6 dargestellt.

Da die Menge der Grundmaße jederzeit erweitert oder variiert werden kann, wird hier lediglich eine mögliche, jedoch nicht unbedingt vollständige Lösung des Problems gezeigt (vgl. 3.2.2).

Es ist sicher theoretisch möglich, dass Flächen existieren, die die Hinzunahme weiterer bzw. die Konstruktion neuer, spezifischer Maße erforderlich machen würden, wenn sie entsprechend einer praktischen Fragestellung durch die Grundmaße und eine funktionale Kombination von ihnen nicht voneinander im Sinne der Aufgabenstellung differenziert werden können. Insofern ist die Menge der Grundmaße nicht abgeschlossen.

Um die Bedeutung dieser Maße verständlicher zu machen, werden sie in den folgenden Abbildungen mit ausgewählten Objekten des in 3.2.3 vorgestellten Testsets veranschaulicht.

Ebendiese, in Abbildung 3.3 noch einmal dargestellten, Figuren weisen konstruktionsbedingt spezielle Eigenschaften auf:

- So ist bei den Figuren 1 und 2 vom gleichen Ursprungsrechteck ausgehend, ein jeweils kongruentes Rechteck „ausgestanzt“ worden.
- Bei den Figurenpaaren (1, 2) sowie (3, 4) sind die gleich großen, rechteckigen „Einschnitte“ nur hinsichtlich ihrer Lage verschoben worden.
- Die Objekte 5, 7 und 8 wurden aus einem Quadrat durch variierende Arten der Hinzunahme eines kongruenten Rechteckes konstruiert.
- Der Kreis (Objekt 6) ist nach Konstruktion zum Rechteck (Objekt 5) flächengleich.

Nachfolgend sei X stets die Bezeichnung des zu untersuchenden Areal.

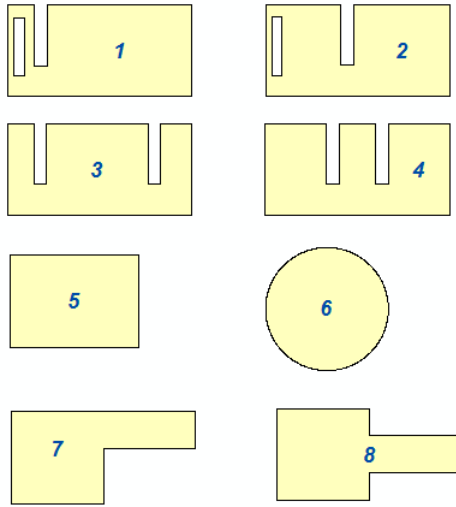


Abb. 3.3: Ausgewählte Testfiguren zur Veranschaulichung der Grundmaße

Bemerkung. Man beachte, dass es sich bei all diesen Objekten um Polygone (vgl. 2.2.2) handelt.

3.3.1 Flächenradius

Das erste Grundmaß repräsentiert den Flächeninhalt des Objektes X und ist ein wohl bekanntes, übliches Maß für eine Flächenbewertung.

Allgemein ist der Inhalt A eines ebenen Flächenstücks X als „zugeordnetes formales Produkt aus einer reellen Zahl a , der Maßzahl und einer festen Flächeneinheit e^2 mit den Eigenschaften:

1. Es ist $a \geq 0$.
2. Kongruente Flächenstücke haben gleichen Flächeninhalt.
3. Der Flächeninhalt der Flächeneinheit ist $1 \cdot e^2$.
4. Haben zwei Flächenstücke mit den Flächeninhalten $a \cdot e^2$ und $a' \cdot e^2$ keine gemeinsamen inneren Punkte, so hat die Vereinigung der Punkte der beiden Flächenstücke den Flächeninhalt $(a + a') \cdot e^2$, der Summe der beiden Flächenstücke genannt wird”,

definiert ([45], S. 151).

Als Grundmaß wird hier jedoch anstatt des zweidimensionalen Flächeninhaltes A ein eindimensionaler Wert, der Radius r_A des zu dem betrachteten Objekt flächeninhaltsgleichen Kreises mit

$$r_A = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

verwendet, der als *Flächenradius* r_A bezeichnet werden soll (vgl. dazu z.B. auch [100]).

Bemerkung. Ein wesentlicher Grund für die Verwendung dieses zum Flächeninhalt äquivalenten Maßes besteht vor allem darin, das Dimensionskriterium zu erfüllen (vgl. 3.2.1).

Berechenbarkeit des Maßes

Bei den betrachteten Flächenstücken X handelt es sich um Polygone (vgl. 2.2.2).

Jedes konvexe Polygon mit n Eckpunkten kann in $(n - 2)$ Teildreiecke zerlegt werden, die durch alle Diagonalen, die von einem beliebigen Eckpunkt ausgehen, gebildet werden. Die Summe der Flächeninhalte dieser Teildreiecke ist dann gleich dem Flächeninhalt des gesamten Polygons.

Bemerkung. Bei nichtkonvexen Polygonen, um die es sich bei den untersuchten Arealen in der Regel handeln wird, kann auch eine derartige Zerlegung in Teildreiecke erfolgen, wobei dann einige Diagonalen und damit auch Dreiecke außerhalb des Polygons liegen werden.

Betrachtet man für alle Dreiecke den mathematischen Drehsinn, so wird der Gesamtinhalt ermittelt, indem der Inhalt der Dreiecke mit positiven Drehsinn addiert und der mit dem entgegengesetzten Drehsinn dann wieder von der Gesamtsumme subtrahiert wird (vgl. dazu z.B. [44], S. 358).

Allgemein lässt sich der Flächeninhalt A des Polygons M mit den im entgegengesetzten Uhrzeiger- bzw. mathematisch positiven Drehsinn durchnummerierten Eckpunkten (x_i, y_i) mit der Formel

$$A = \frac{1}{2} \cdot [(x_1 - x_2) \cdot (y_1 + y_2) + (x_2 - x_3) \cdot (y_2 + y_3) + \dots + (x_n - x_1) \cdot (y_n + y_1)]$$

bestimmen (vgl. [27], S. 177).

Besitzen diese Polygone „Löcher“ (vgl. 2.2.2), so wird zuerst der Flächeninhalt des gesamten äußeren Flächenstücks in der oben beschriebenen Art und Weise ermittelt. Anschließend werden analog dazu die Flächeninhalte der „Löcher“ bestimmt, die dann vom Flächeninhalt des äußeren Polygons einfach abgezogen werden.

Der *Flächenradius* r_A als Grundmaß ist dann seinerseits leicht aus dem in allen bekannten Geographischen Informationssystemen implementierten Flächeninhalt nach der oben genannten Formel eineindeutig berechenbar und hängt proportional von diesem ab.

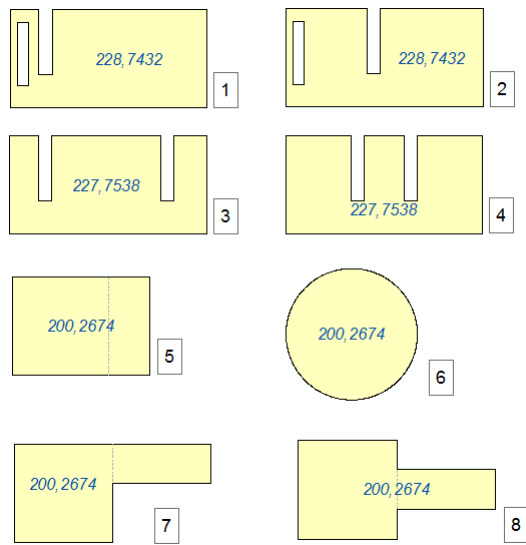


Abb. 3.4: Flächenradien ausgewählter Testfiguren

Differenzierungsmöglichkeiten

Der Flächeninhalt und damit auch der Flächenradius reichen natürlich allein nicht aus, um Flächen hinreichend zu differenzieren.

Wie aus der Abbildung 3.4 ersichtlich, besitzen die Figurenpaare (1, 2) und (3, 4) sowie die vier Figuren 5, 6, 7 und 8 zwar jeweils den gleichen Flächeninhalt und damit auch den identischen Flächenradius, unterscheiden sich darüber hinaus jedoch erheblich voneinander (vgl. Tabelle 3.1).

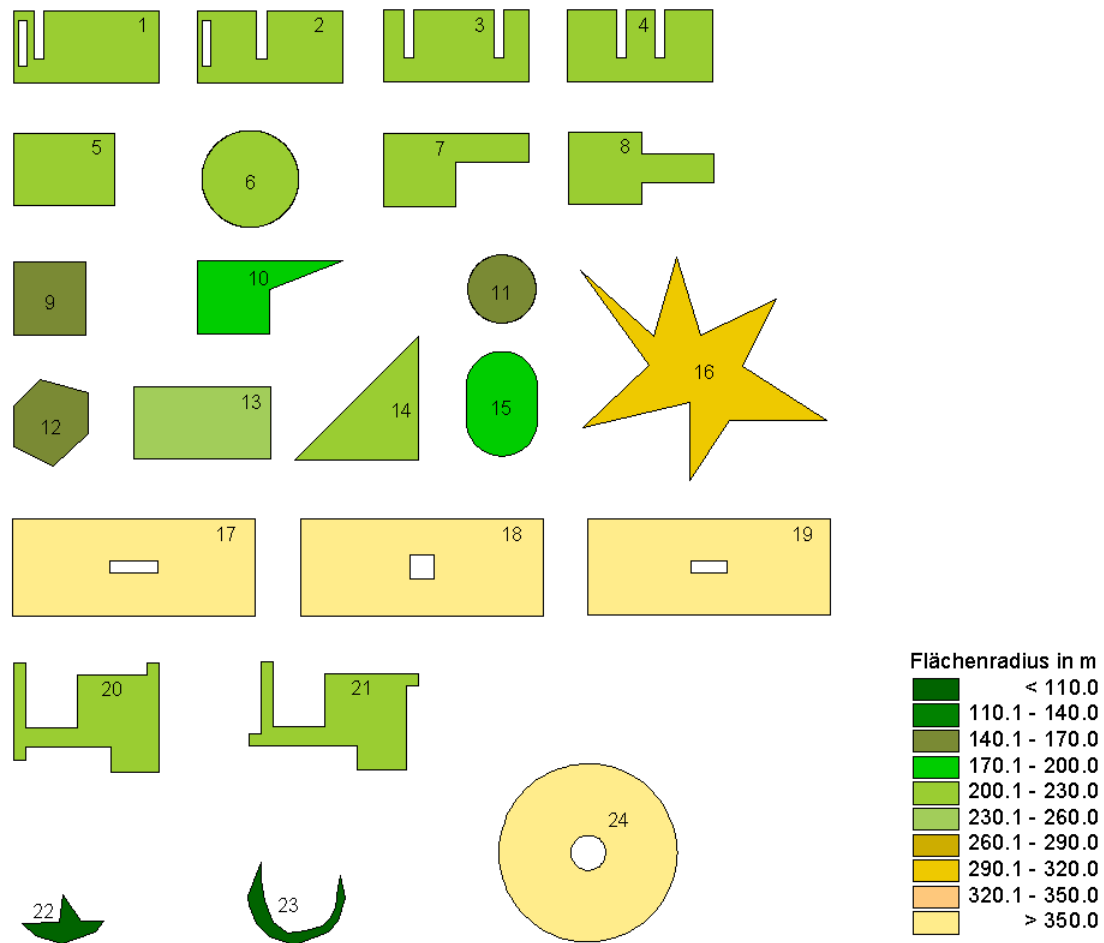


Abb. 3.5: Flächenradien der Testfiguren

Geographische Interpretation

Allgemein ist der Flächeninhalt ein *Maß für die räumliche Ausdehnung* eines Landschaftselements, d.h. beim Ökotox wird er durch die Reichweite lateraler ökologischer Prozesse bestimmt (vgl. [102], S. 35).

Für das Beispielgebiet sind die Flächenradien in der Abbildung 3.6 dargestellt.



Abb. 3.6: Flächenradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])

Bemerkung. Die Abbildung dient nur der Veranschaulichung. Die Patches sind im Beispiel an den Rändern abgeschnitten worden. Demzufolge wurden die Flächenradien nur für das sichtbare Gebiet bestimmt. In der Praxis müssten selbstverständlich die vollständigen Patches verwendet werden.

3.3.2 Umfangsradius

Das zweite Grundmaß wird durch den Umfang P , als Ausdruck für die Kantenlänge eines Flächenobjektes X , bestimmt. Der Umfang dieses Polygons X kann allgemein als Summe seiner Kantenlängen definiert werden.

Er wird hier auch durch einen Radius repräsentiert, den so genannten *Umfangsradius* r_P des zu X umfanggleichen Kreises, d.h.

$$r_P = \frac{P}{2 \cdot \pi}$$

(vgl. dazu z.B. auch [100]).

Bemerkung. Es wird angestrebt, eine gewisse Harmonie der Grundmaße zu erreichen, daher wurde hier der Umfangsradius anstelle des Umfanges selbst gewählt, obwohl sie hinsichtlich der Dimension gleichgestellt sind.

Der Umfangsradius kann eindeutig dem Umfang des Polygons zugeordnet werden und hängt proportional von diesem ab.

Berechenbarkeit des Maßes

Der Umfang P eines Polygons mit n Eckpunkten (x_i, y_i) ist gleich der Summe seiner Kanten, d.h.

$$P = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} + \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} + \sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} + \dots + \sqrt{(x_n - x_1)^2 + (y_n - y_1)^2}$$

und wird für alle Flächenobjekte in Geographischen Informationssystemen bereit gestellt.

Bemerkung. Handelt es sich um ein Polygon mit „Löchern“ werden zur Kantenlänge des äußeren Polygons noch die Kantenlängen der „Löcher“-Polygone addiert, da dieser „innere Rand“ auch zum Umfang des Objektes gehört.

Aus diesem Wert kann dann seinerseits eindeutig der zum Umfang proportionale *Umfangsradius* r_P bestimmt werden.

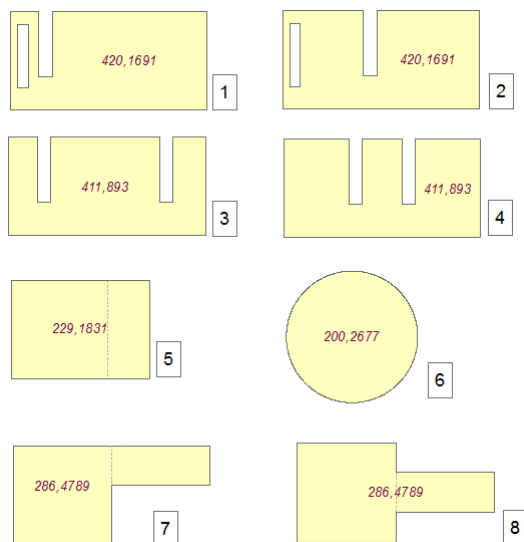


Abb. 3.7: Umfangsradien ausgewählter Testfiguren

Differenzierungsmöglichkeiten

Beim Figurenpaar (5, 6) war der Flächenradius gleich (vgl. Abb. 3.4), aber der Umfangsradius ist hier verschieden (vgl. Abb. 3.7). Diese beiden Objekte könnten also bereits nur durch die Verwendung der beiden Grundmaße Flächen- und Umfangsradius unterschieden werden.

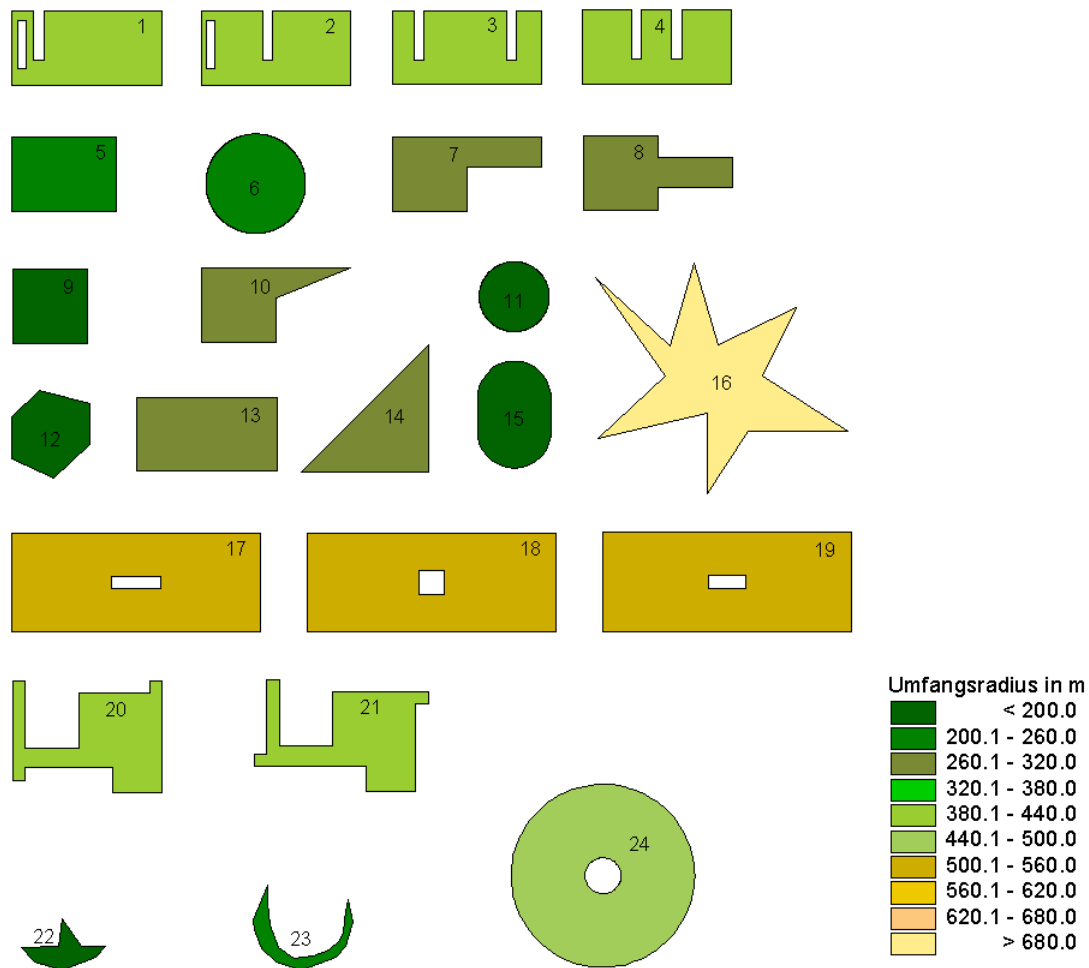


Abb. 3.8: Umfangsradien der Testfiguren

Der Umfang allein, damit auch der Umfangsradius, ist bei den Figurenpaaren (1, 2), (3, 4) sowie (7, 8) aus Abbildung 3.7 paarweise identisch und reicht daher auch nicht aus, um diese Areale zu differenzieren. Bei diesen Figurenpaaren sind sowohl Flächeninhalt als auch Umfang und somit die entsprechenden Radien gleich, weshalb jede, wie auch

immer geartete Kombination aus beiden Größen zu identischen Resultaten führen würde und daher die Hinzunahme weiterer Grundmaße erforderlich macht.

Geographische Interpretation

Der Umfang eines Objektes ist ein *Maß für die Grenzlänge* und damit für die Länge des Übergangs zu anderen Objekten. Natürlich ist diese Abgrenzung nicht unproblematisch (vgl. 2.2.1), obliegt jedoch der Fachdisziplin, so dass diese hier als gesetzt angesehen werden kann.

Lang und Blaschke sprechen z.B. davon, „dass eine hohe Grenzliniendichte (z.B. die Anzahl der Linien pro Hektar) einen hohen Grad an Verzahnung und Komplexität bedeuten und in den meisten Ökosystemen diese Art von Verzahnung von verschiedenen Teillebensräumen positiv gesehen wird. Komplizierte Grenzverläufe und Zerlappungen stellen demnach einen positiven Faktor für den Strukturreichtum dar.“ ([75], S. 233 f.).

Damit kann der Anteil dieses Grundmaßes bzw. der Einfluss des Umfangsradius auf das zusammengesetzte Gesamtmaß (vgl. 3.4) für verschiedene landschaftsökologische Fragestellungen besonders bedeutsam werden.

Die Umfangsradien der Testfiguren sind in der Abbildung 3.8 dargestellt. Die exakten Werte können der Tabelle 3.1 im Abschnitt 3.3.6 entnommen werden.

Für das Beispielgebiet sind die Umfangsradien in der Abbildung 3.9 dargestellt.

Bemerkung. Die Abbildung 3.9 dient nur der Veranschaulichung. Die Patches sind hier im Beispiel an den Rändern abgeschnitten worden. Daher wurden die Umfangsradien nur für das sichtbare Gebiet bestimmt. In der Praxis müssen selbstverständlich die vollständigen Patches verwendet werden.



Abb. 3.9: Umfangsradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])

3.3.3 Inkreisradius

Als Inkreis eines Polygons sei hier der Kreis mit dem maximalen Durchmesser bezeichnet, der vollständig innerhalb des Objektes liegt.

Der Radius r_I des maximalen Inkreises ist eindeutig, kann daher als Maß verwendet werden und wird nachfolgend als *Inkreisradius* bezeichnet.

Bemerkung. Der Inkreis hat mit dem Rand des Polygons mindestens zwei Punkte gemeinsam. Es gibt für jedes Flächenobjekt X mindestens einen solchen Inkreis. Es kann jedoch auch mehrere und sogar unendlich viele mit dem gleichen Radius geben.

Berechenbarkeit des Maßes

Zuerst ist die Frage zu klären, ob dieses Maß tatsächlich immer existiert, d.h. die Existenz eines maximalen Inkreises ist zu untersuchen. Diese Fragestellung zerfällt in zwei Teilprobleme:

Satz 1. *Existenz eines maximalen Inkreisradius*

- a) *Für jedes Polygon existiert ein Inkreis.*
- b) *Die Menge der Radien der Inkreise für das Polygon X besitzt ein Maximum.*

Beweis. Diese Teilprobleme werden nachfolgend kurz untersucht und die Behauptungen werden nachgewiesen.

a) Jedes hier untersuchte Areal X hat mindestens drei Eckpunkte (vgl. 2.2.2). Jedes Dreieck besitzt einen eindeutigen Inkreis, dessen Mittelpunkt der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist und der alle drei Dreieckskanten berührt (vgl. [44], S. 185; [45] S. 240 f.). Wählt man nun zwei beliebige benachbarte Kanten des Polygons, so hätte das durch die drei Eckpunkte aufgespannte Dreieck einen eindeutig bestimmten Inkreis, der die beiden Polygonkanten berührt. Kommen nun weitere Punkte hinzu, so bleibt nach obiger Definition der soeben betrachtete Inkreis des Dreiecks auch ein Inkreis der größeren Polygonfläche. Bei sukzessiver Fortschreibung dieses Polygonbildungsprozesses bleibt dieser Inkreis als Inkreis erhalten. Somit besitzt jedes Areal zumindest diesen Inkreis, d.h. seine Existenz ist gezeigt.

b) Jedes Polygon X hat mindestens drei Kanten.

Im Falle eines Dreiecks existiert genau ein Inkreis mit dem Mittelpunkt auf dem Schnittpunkt der Winkelhalbierenden der Innenwinkel des Dreiecks.

Sei nun X ein beliebiges Polygon mit wenigstens vier Kanten. Sei N_i die Menge der Inkreise und R_i die Menge der zugehörigen Inkreisradien.

Zuerst wird folgendes Teilproblem gezeigt:

Wenn zu je zwei beliebigen Kanten des Polygons ein Inkreis existiert, der sie berührt, so gibt es auch einen maximalen Inkreis, der diese beiden Kanten berührt.

Der Schnittwinkel von zwei beliebigen Kanten des Polygons X oder ihrer Verlängerungen auf einer Geraden beträgt entweder 0° bis 180° oder mehr als 180° oder existiert nicht, falls die Kanten parallel zueinander sind. Diese Kanten müssen nicht notwendig benachbart sein.

1. Fall: Der Schnittwinkel der Kanten (bzw. verlängerten Kanten) liegt zwischen 0° und 180° .

Jeder Mittelpunkt eines Inkreises aus N_i , der zwei Kanten von X berührt, deren Schnittwinkel weniger als 180° beträgt, liegt auf deren Winkelhalbierenden. Betrachtet man nun einen Inkreis aus dieser Teilmenge, sofern einer existiert. So gibt es auf jeden Fall genau dann einen größeren Inkreis, der diese beiden Kanten berührt, wenn der Abstand des Mittelpunktes vom Schnittpunkt der Kanten vergrößert werden kann und keine weitere Kante oder ein Eckpunkt des Polygons dabei berührt wird. Sollte bei einer weiteren Vergrößerung der Fall eintreten, dass der Kreis nur noch eine der beiden Ausgangskanten berührt, so kann das Verfahren trotzdem genauso weiter fortgesetzt werden. Entscheidend dabei bleibt, dass wenigstens eine Kante berührt wird und der Mittelpunkt auf der Winkelhalbierenden bleibt. Für die weitere Betrachtung sei in einem solchen Fall als Berührungspunkt für die kürzere Kante der Berührung- bzw. Schnittpunkt

mit deren Verlängerung gemeint. Diese Vergrößerung des Inkreisradius ist genau so lange möglich, bis erstmalig eine dritte Kante oder ein Eckpunkt berührt wird. Bei einer weiteren Vergrößerung des Radius unter Beibehaltung der Bedingung, dass der Mittelpunkt des Kreises auf der Winkelhalbierenden bleibt, würde eine dritte Kante geschnitten werden, d.h. der resultierende Kreis wäre kein Inkreis mehr. Folglich nimmt die Teilmenge der Inkreise aus N_i , deren Mittelpunkt auf dieser Winkelhalbierenden liegen, genau dort ein Maximum an, wo ein Inkreis erstmalig diese dritte Kante oder einen Eckpunkt berührt. Diese drei Berührungspunkte bestimmen den Inkreis eindeutig. Für diese zwei Kanten existiert dort also ein lokales Maximum.

2. Fall: Der Schnittwinkel der Kanten ist größer als 180° .

Wenn der Schnittwinkel zweier beliebiger Kanten größer als 180° ist, so existiert kein Inkreis, der gleichzeitig beide Kanten berührt. Um gleichzeitig beide Kanten berühren zu können, muss der Berührungsradius senkrecht auf den Kanten stehen. Der Schnittpunkt beider Senkrechten auf den Kanten im Berührungspunkt wäre dann der Mittelpunkt. Dieser Schnittpunkt liegt aber in diesem Fall außerhalb des Polygons, folglich kann der Berührungskreis kein Inkreis sein.

3. Fall: Die beiden Kanten besitzen keinen Schnittpunkt, d.h. sie sind parallel.

Jeder Mittelpunkt eines Inkreises aus N_i der zwei Kanten berührt, die parallel zueinander sind, liegt auf einer zu beiden Kanten parallelen Geraden, und der Kreis hat den Radius des halben Abstandes der Kanten. Ein solcher Inkreis existiert natürlich nur dann, wenn es auf dieser Geraden wenigstens einen Punkt gibt, der zu den anderen Polygonkanten einen größeren oder gleichen Abstand als der Radius des Inkreises besitzt. Hier kann jedoch der Inkreisradius nicht vergrößert werden, weil sonst mindestens eine der Ausgangskanten geschnitten werden würde und ist daher auch gleichzeitig ein lokales Maximum der Menge der Inkreisradien R_i für alle Inkreise auf dieser Geraden.

Das Polygon hat endlich viele Kanten. Bei der Wiederholung dieser Prozedur für alle paarweisen Kombinationen der Kanten, die dadurch aber auch endlich viele sind, entstehen jeweils weitere lokale Maxima in der entsprechenden Teilmenge aus der Menge der Inkreisradien R_i .

Lediglich diese maximalen Radien können als größter Inkreisradius in Frage kommen, andere können nicht existieren, da alle Kombinationen der Kanten betrachtet wurden.

Diese Menge der lokalen Maxima der Inkreisradien ist jedoch endlich und besitzt daher ihrerseits ein Maximum, dass dann der maximale Inkreisradius des Polygons X sein muss. \square

Bemerkung. Es kann unendlich viele Inkreise mit diesem maximalen Inkreisradius geben: Als Beispielfläche sei hier nur ein Rechteck genannt, bei dem dieser Radius genau der halben Seitenlänge der kürzeren Seite entspricht (vgl. Figur 13 im Testset - Abb. 3.11).

Aber lediglich dieser Radius, und nicht der Kreis, muss eindeutig sein, um als Maß verwendet werden zu können.

Rechentechnische Umsetzung

1. Der maximale Inkreisradius kann z.B. durch einen stochastischen Algorithmus bestimmt werden:

- Der zufällige Versuch besteht darin, einen zufälligen inneren Punkt innerhalb des Areals auszuwählen.
- Dieser Punkt wird dann als Mittelpunkt des Inkreises angenommen, d.h. der minimale Abstand zur nächsten Kante wird bestimmt, der als „maximaler Inkreisradius“ angenommen wird.
- Dieser „Inkreisradius“ wird mit den zuvor bestimmten „Inkreisradien“ verglichen. Wenn er größer als das bisherige Maximum ist, wird er gespeichert.
- Dieser Versuch wird möglichst oft wiederholt. Praktische Versuche zeigen, dass i. Allg. bei 100.000 Versuchen zufriedenstellende Ergebnisse für den maximalen Inkreisradius erreicht werden.
- Der zuletzt gespeicherte maximale Inkreisradius entspricht dann sehr wahrscheinlich dem Maximum.

2. Man kann dazu aber auch einen ähnlichen, jedoch deterministischen Algorithmus verwenden:

- Man überdeckt dazu das Polygon mit einem quadratischen Punkteraster, wobei die Rasterschrittweite der geforderten Genauigkeit entsprechen sollte. Zum Beispiel könnte das Raster in seinen Grenzen vom umgebenen Rechteck, dass durch die Maximal- und Minimalkoordinaten des Polygons bestimmt ist, definiert werden.
- Nun wird systematisch jeder Rasterpunkt verwendet, z.B. jede Zeile der Reihe nach durchgehend.
- Dabei wird zuerst bestimmt, ob der Rasterpunkt ein innerer Punkt des Polygons ist. Falls nicht, wird der nächste Rasterpunkt verwendet.
- Dann wird jeder „innere“ Rasterpunkt als Mittelpunkt des Inkreises angenommen, d.h. der minimale Abstand zur nächsten Kante wird bestimmt, der zunächst als „Inkreisradius“ angenommen wird.
- Dieser „Inkreisradius“ wird mit dem zuletzt abgespeicherten „maximalen Inkreisradius“ verglichen. Wenn er größer als das bisherige Maximum ist, wird er als neuer „maximaler Inkreisradius“ gespeichert, anderenfalls bleibt das bisherige Maximum erhalten.
- Dieser Versuch wird so oft wiederholt, bis alle Rasterpunkte verwendet wurden.

- Dann ist der maximale Inkreisradius als zuletzt gespeicherter Wert mit der geforderten Genauigkeit bestimmt worden.

3. Eine dritte Variante zur Berechnung des maximalen Inkreisradius liefert der oben angegebene, konstruktive Beweis. Da das Laufzeitverhalten nur durch die Anzahl der Polygonkanten bestimmt wird, wäre ein solcher Algorithmus sogar relativ schnell.

Differenzierungsmöglichkeiten

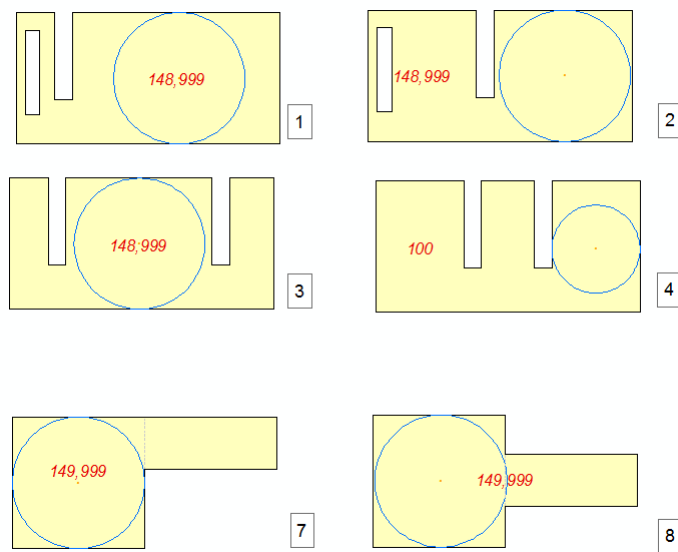


Abb. 3.10: Inkreisradien ausgewählter Testfiguren

Die bereits aus Abbildung 3.4 und 3.7 bekannten Figuren, die paarweise jeweils gleiche Flächen- und Umfangsradien besitzen, sollen nun mit Hilfe des *Inkreisradius* r_I weiter differenziert werden. Wie Abb. 3.10 zeigt, kann durch Hinzunahme vom *Inkreisradius* r_I nun im Figurenpaar (3, 4) die Figur 4 von der dazu verschiedenen Figur 3 unterschieden werden. Die Figurenpaare (1, 2) sowie (7, 8) haben sogar identische Flächen-, Umfangs- und Inkreisradien. Das bedeutet, dass weitere Grundmaße zur Unterscheidung dieser Objekte verwendet werden müssen.

Für die Testfiguren sind die Inkreisradien in Abbildung 3.11 dargestellt.

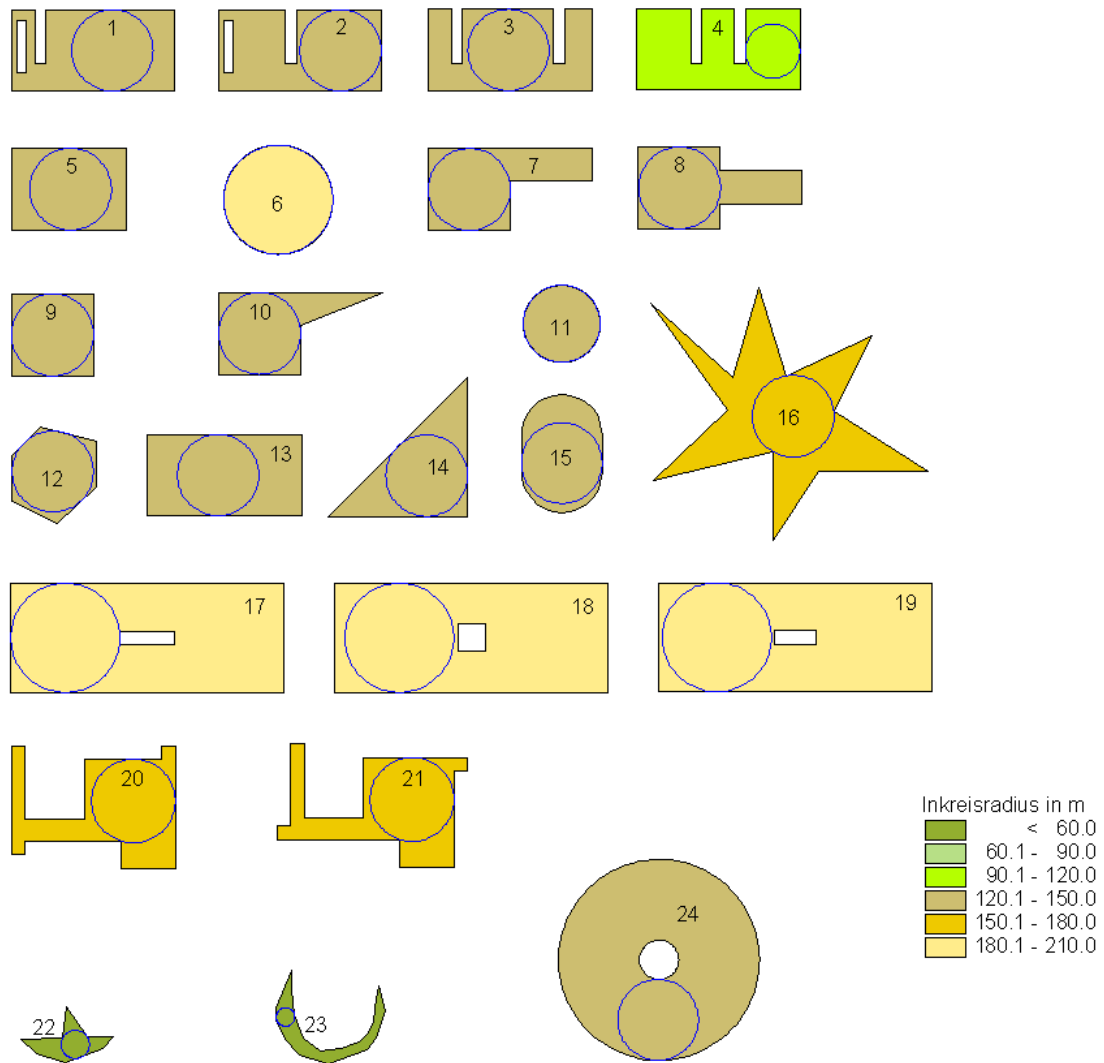


Abb. 3.11: Inkreisradien der Testfiguren



Abb. 3.12: Inkreisradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])

Geographische Interpretation

Der *Inkreisradius* r_I ist ein Maß für die Größe der „dicksten“ Stelle eines Landschaftselements.

Geographisch und landschaftsökologisch relevant könnte in diesem Zusammenhang z.B. die Fragestellung sein, wie groß die maximale Kreisfläche ist, die innerhalb des Patches platziert werden kann oder wo sich innerhalb eines Patches der bzw. die Punkte mit dem Maximalabstand zu dessen Rändern befinden bzw. wie groß der Maximalabstand eines inneren Punktes zum Rand ist.

Diese Fragestellung kann für Standortbestimmungen interessant sein, aber auch als Eignungsparameter für biologische Gesichtspunkte heran gezogen werden.

Zum Beispiel wäre der Mittelpunkt, sicherlich inklusive seiner näheren Umgebung, eines unzerschnittenen, störungsarmen Landschaftsraumes ein idealer Brutstandort für sensible Arten, wenn die übrigen biologischen Faktoren erfüllt wären. Praktische Untersuchungen,

in denen der Inkreisradius verwendet wurde, gab es z.B. im BMBF-Verbundprojekt „Aufgabe und Funktion unzerschnittener und störungsarmer Lebensräume für Wirbeltierarten mit großen Raumansprüchen“, bei dem mit dieser Methode Greifvogelstandorte untersucht wurden (vgl. [14]; [59]; [115]).

Eine weitere, recht praktische, jedoch rein technische GIS-Anwendung besteht darin, dass Beschriftungen, die aus ästhetischen Gründen unbedingt innerhalb eines Objektes liegen sollen, so am Inkreismittelpunkt platziert werden können. Dieser Beschriftungsort befindet sich immer innerhalb des Objektes, anders z.B. als bei der häufig zu beobachtenden Verwendung des Schwerpunktes bzw. Centroids einer Fläche, und er liegt zusätzlich an der Position innerhalb des Areal, die den maximalen Abstand zu dessen Rändern aufweist.

Die Anwendung des Grundmaßes Inkreisradius auf das Beispielgebiet zeigt die Abbildung 3.12.

Bemerkung. Die Abbildung 3.12 dient nur der Veranschaulichung. Die Patches sind hier im Beispiel an den Rändern abgeschnitten worden. Daher wurden die Inkreisradien nur für das sichtbare Gebiet bestimmt. In der Praxis müssen selbstverständlich die vollständigen Patches verwendet werden.

3.3.4 Umkreisradius

Als Umkreis eines Polygons X sei hier der Kreis mit dem minimalen Durchmesser bezeichnet, der das Objekt vollständig beinhaltet.

Das damit zusammenhängende Maß wird als *Umkreisradius* r_O bezeichnet und als Radius des minimalen Umkreises definiert.

Bemerkung. Der Umkreis hat mit dem Rand des Polygons mindestens zwei Punkte gemeinsam. Anders als beim maximalen Inkreis gibt es zu jeder beliebigen Polygonfläche X genau einen minimalen Umkreis. Damit ist auch der *Umkreisradius* r_O eindeutig.

Berechenbarkeit des Maßes

Zuerst ist die Frage zu klären, ob dieses Maß immer eindeutig zu bestimmen ist, d.h. die Teilprobleme der eindeutigen Existenz eines minimalen Umkreises sind zu untersuchen. Diese Fragestellung zerfällt in drei Teilprobleme:

Satz 2. *Existenz und Eindeutigkeit eines minimalen Umkreises*

- a) *Für jedes Polygon X existiert ein Umkreis.*
- b) *Die Menge der Radien der Umkreise für das Polygon X besitzt ein Minimum.*
- c) *Der minimale Umkreis ist eindeutig.*

Beweis. Diese Teilprobleme werden nachfolgend kurz untersucht und die Behauptungen werden nachgewiesen.

a) Alle hier untersuchten Areale haben endlich viele Eckpunkte (vgl. 2.2.2). Aus der Endlichkeit der Anzahl der Eckpunkte eines Polygons folgt die Existenz seiner konvexen Hülle (vgl. z.B. [85], S. 994).

Jedes konvexe Polygon besitzt einen Umkreis. Der Kreis mit dem Durchmesser der längsten Diagonale eines konvexen Polygons, dessen Mittelpunkt identisch zum Diagonalenmittelpunkt ist, der somit beide verbundenen Eckpunkte dieser Diagonale enthält, ist ein Umkreis. Dieser Umkreis enthält nach Definition der konvexen Hülle auch alle Punkte des untersuchten Areals und hat, da alle Eckpunkte der konvexen Hülle zugleich Eckpunkte der Ausgangsfläche sind, wenigstens zwei Punkte mit dem Areal gemeinsam. Somit besitzt jedes Areal zumindest diesen Umkreis, d.h. seine Existenz ist also gezeigt.

b) Die Menge der Umkreisradien ist nach unten beschränkt, da der Radius des Umkreises eines beliebigen Polygons nicht kleiner sein kann als die Hälfte der maximalen Diagonale des Polygons, d.h. des maximalen Abstands zweier Eckpunkte des betrachteten Objekts. Ansonsten würde ein Kreis, der wenigstens zwei Punkte mit dem Polygon gemeinsam hat und das Polygon X vollständig beinhaltet, diese maximale Diagonale mindestens einmal schneiden, so dass wenigstens ein Eckpunkt außerhalb liegen müsste, weswegen er dann kein Umkreis mehr wäre. Aus der unteren Beschränktheit dieser endlichen Menge folgt also die Existenz eines Minimums.

c) Den Beweis der Eindeutigkeit kann man indirekt führen. Sei P die Menge der Punkte des untersuchten Areals X . Angenommen, es gäbe zwei Umkreise D_1 und D_2 mit verschiedenen Mittelpunkten z_1, z_2 und dem minimalen Umkreisradius r_O .

Aus der Umkreiseigenschaft von D_1 und D_2 folgt, dass $P \subset D_1 \cap D_2$, d.h. alle Punkte des Areals liegen im Durchschnitt der beiden Umkreise. Die Durchschnittsmenge $D_1 \cap D_2$ ihrerseits liegt aber in einem Kreis D , der den Mittelpunkt $z = \frac{1}{2} \cdot (z_1 + z_2)$ und den Radius $r = \sqrt{r_O^2 - a^2}$ mit $a = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{z_1 z_2}|$ hat. Wäre nun $a \neq 0$, dann wäre D ein Kreis mit einem kleineren Radius als r_O , der alle Punkte der Menge P enthält, also ein Umkreis, der einen kleineren Radius als den minimalen Umkreisradius besitzt. Das wäre aber ein Widerspruch zur Annahme, dass r_O der minimale Umkreisradius ist. Wenn aber $a = 0$ ist, dann sind die Mittelpunkte und Radien der Kreise D_1 und D_2 identisch, d.h. beide Kreise sind deckungsgleich, womit die Eindeutigkeit des minimalen Umkreises bewiesen ist (vgl. für den Beweis der Eindeutigkeit auch [116]). \square

Rechentechnische Umsetzung

Es gibt eine Reihe von Algorithmen, die den minimalen Umkreis und damit den *Umkreisradius* r_O berechnen. Welzl beschrieb dazu einen deterministischen Algorithmus mit linearem Laufzeitverhalten (vgl. [116]). Es existiert eine Funktion, die zu einem gegebenen Umkreis einer Punktmenge P des Flächenstücks X und einem außerhalb liegenden Punkt z einen minimalen Umkreis bestimmt, der sowohl die Punkte von P als auch z enthält. Die Bestimmung des minimalen Umkreises erfolgt dann im allgemeinen Fall etwa so: Man wählt dazu aus der Menge der Eckpunkte des Polygons in zufälliger

Reihenfolge drei Punkte aus und bestimmt dazu den Umkreis, dann nimmt man einen weiteren Punkt hinzu. Daraus ergeben sich drei mögliche Fälle: dieser Punkt liegt a) innerhalb des Umkreises, b) auf seinem Rand oder c) außerhalb des Umkreises. In den Fällen a) und b) kann der Umkreis erhalten bleiben. Im Fall c) wird der nächste minimale Umkreis bestimmt, der auch diesen Punkt auf seinem Rand enthält. So wird schrittweise verfahren, bis alle Eckpunkte des Areal's innerhalb des Umkreises oder auf dessen Rand liegen und man für das gesamte Polygon demzufolge den minimalen Umkreis bestimmt hat.

Differenzierungsmöglichkeiten

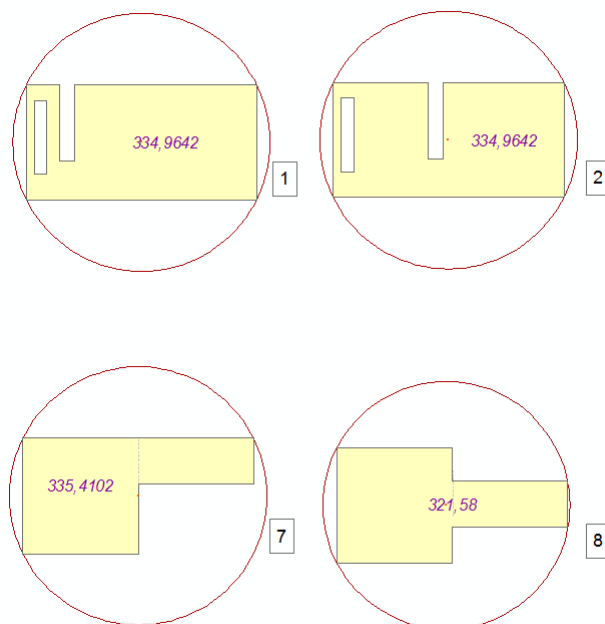


Abb. 3.13: Umkreisradien ausgewählter Testfiguren

Für die Testfiguren sind die Umkreisradien in Abbildung 3.14 dargestellt. Bei den beiden in der Abbildung 3.13 dargestellten Figurenpaaren (1, 2) sowie (7, 8) sind die Grundmaße Flächen-, Umfangs- und Inkreisradius jeweils gleich. Der *Umkreisradius* r_O ist bei den Figuren 7 und 8 jedoch unterschiedlich. Damit können diese Flächen voneinander durch die Verwendung dieses Maßes unterschieden werden.

Die Figuren 1 und 2 haben dagegen sogar identische Flächen-, Umfangs-, Inkreis- und Umkreisradien. Das bedeutet, dass weitere Grundmaße für die Differenzierung dieser Objekte hinzugenommen werden müssen.

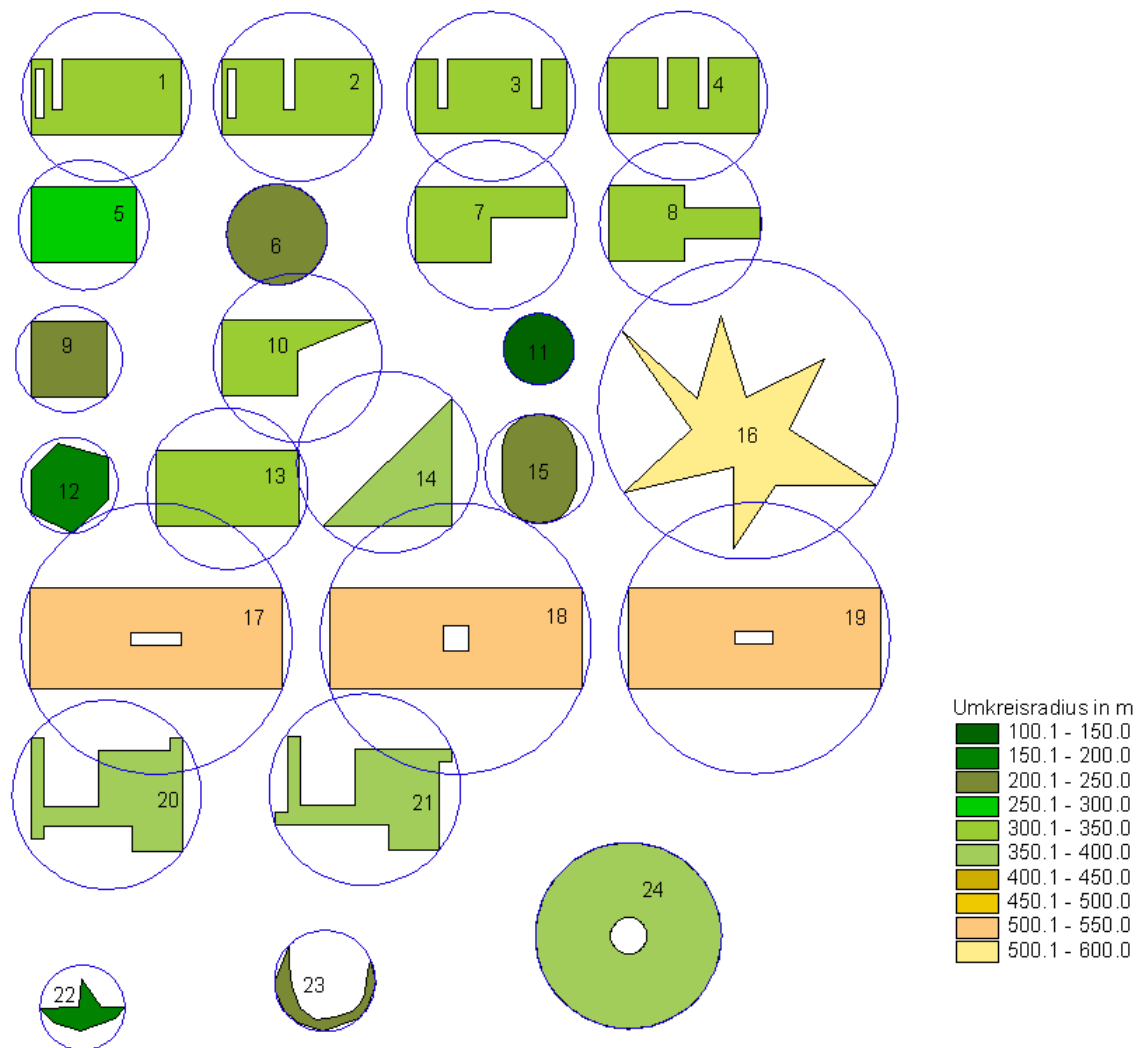


Abb. 3.14: Umkreisradien der Testfiguren

Die Anwendung des Grundmaßes Umkreisradius auf das Beispielgebiet zeigt die Abbildung 3.15.

Bemerkung. Die Abbildung 3.15 dient nur der Veranschaulichung. Die Patches sind hier im Beispiel an den Rändern abgeschnitten worden. Daher wurden die Umkreisradien nur für das sichtbare Gebiet bestimmt. In der Praxis müssen selbstverständlich die vollständigen Patches verwendet werden.

Geographische Interpretation

Der Umkreis an sich und damit auch das hier verwendete Grundmaß *Umkreisradius* r_O ist ein *Maß für die maximale Ausdehnung* eines Landschaftselements. Natürlich verfügen sehr langgestreckte Objekte über große Umkreisradien im Vergleich zu kompakteren Arealen (vgl. dazu z.B. die Figuren 7, 8, 10, 16, 20, 21 in der Abb. 3.8). Eine Ausdehnung in nur eine Richtung kann diesen Radius bereits vergrößern.

Wird beispielsweise der Umkreisradius für ein Ökotopt bestimmt, so wird durch diesen definitionsgemäß (vgl. z.B. [102], S. 35) die maximale Reichweite der lateralen ökologischen Prozesse repräsentiert, anders gesprochen, ist er ein Ausdruck für die größte Reichweite eines oder mehrerer Prozesse, die diesen Top bestimmen.

Er ist sozusagen ein Maß für die größte Achse des Patches, die nicht notwendigerweise vollständig im Patch enthalten sein muss. Dieser Wert kann auch für andere geographische Fragestellungen, wie z.B. in der Siedlungsgeographie von Interesse sein, wo beispielsweise die größte Achse einer Stadtsiedlung gesucht sein könnte (vgl. dazu z.B. [50], S. 285).



Abb. 3.15: Umkreisradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])

3.3.5 Centroidradius

Der Schwerpunkt C oder auch Centroid eines n -eckigen Polygons $X = \{(x_i, y_i)_{i=1 \dots n}\}$ ist definiert als

$$C = (x, y) \text{ mit } x = \frac{\sum x_i}{n} \text{ und } y = \frac{\sum y_i}{n}.$$

Er wird auch als Massenmittelpunkt bezeichnet. Wenn den Polygoneckpunkten (x_i, y_i) jeweils Massen m_i zugeordnet werden, ergibt sich für seine Koordinaten

$$x = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} \text{ und } y = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i} \text{ (vgl. [27], S. 176).}$$

Im hier betrachteten Spezialfall der allgemeinen Schwerpunktddefinition sind also die Massen $m_i = 1$ jeweils gleich, d.h. mit anderen Worten, dass alle Eckpunkte des Areals X gleich gewichtet sind.

Bemerkung. Die Lage des Schwerpunktes eines Polygons sagt folglich etwas über die

Verteilung der Eckpunkte aus. Der Schwerpunkt muss nicht notwendig innerhalb des Objektes liegen (vgl. z.B. die Figuren 22 und 23 in Abb. 3.16).

Als Grundmaß wird hier der sogenannte *Centroidradius* r_C verwendet. Dieser Radius ist definiert als Abstand des Schwerpunktes zu dem am weitesten entfernten Eckpunkt des Areals.

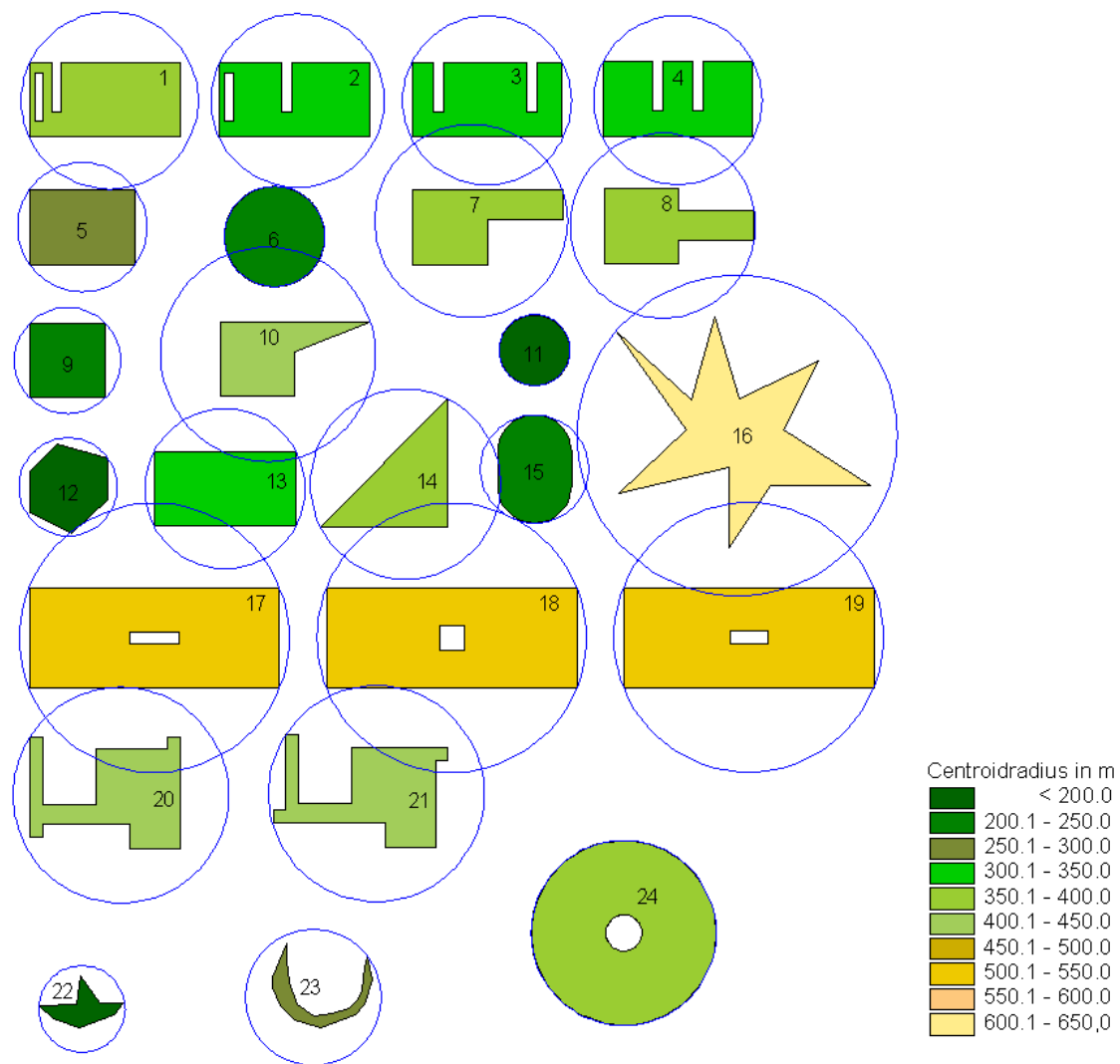


Abb. 3.16: Centroidradien der Testfiguren

Bemerkung. Er ist folglich der Radius des kleinsten Kreises mit dem Schwerpunkt als Mittelpunkt, der alle Punkte des Objektes enthält. Damit ist dieses Grundmaß ein

Ausdruck für die Lage des Schwerpunktes in Bezug zur Fläche, d.h. in Relation zur Lage der Eckpunkte.

Bemerkung. Der *Centroidradius* r_C ist für nicht-regelmäßige Polygone im allgemeinen Fall verschieden vom Umkreisradius r_O (vgl. dazu 3.3.6 und auch die Abbildungen 3.14 und 3.16). Mit diesem Maß können also besonders gut Abweichungen von der Zentralsymmetrie ausgedrückt werden. In der Literatur wird dieser Radius mitunter auch als Rotationsradius (engl. *radius of gyration*) bezeichnet (vgl. z.B. [22], S. 246 f.). Diese Bezeichnung ist aus Sicht des Autors zumindest aus mathematischen Gründen nicht vorteilhaft gewählt worden, da jeder Rotation ein Radius zugrunde liegt.

Der *Centroidradius* r_C ist immer größer oder gleich dem Radius des minimalen Umkreises, also dem *Umkreisradius* r_O . Weitere Relationen der Grundmaße zueinander werden im Abschnitt 3.3.6 diskutiert.

Berechenbarkeit des Maßes

Der Schwerpunkt einer Fläche existiert für Polygone immer, und damit ist wegen der Endlichkeit der Anzahl der Eckpunkte auch der Abstand zum am weitesten entfernten Eckpunkt und somit der *Centroidradius* r_C eindeutig bestimmbar.

Rechentechnische Umsetzung

Ein möglicher Algorithmus berechnet zuerst den Schwerpunkt C des Polygons nach den beiden Definitionsgleichungen für seine Koordinaten aus den Eckpunktkoordinaten des Areals. Dieser ist in vielen Geographischen Informationssystemen bereits implementiert.

Anschließend wird der Abstand dieses Punktes zu jedem Eckpunkt bestimmt und das Maximum dieser Abstände ist dann der *Centroidradius* r_C .

Differenzierungsmöglichkeiten

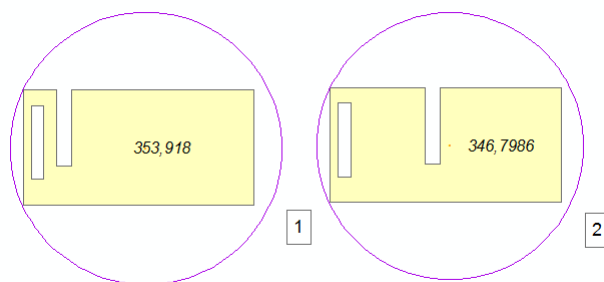


Abb. 3.17: Centroidradien ausgewählter Testfiguren

Wie Abb. 3.17 zeigt, weisen die Figuren 1 und 2 bei ihren Centroidradien verschiedene Werte auf und sind mit Hilfe dieses Grundmaßes nun unterscheidbar geworden. Der Unterschied fällt relativ gering aus. Das liegt natürlich an der großen Ähnlichkeit beider Areale. Eine stärkere Differenzierung kann dann beispielsweise über eine Hinzunahme von Wichtungsfaktoren erreicht werden (vgl. 3.4).

Geographische Interpretation

In der Literatur wird dieses Maß auch als *Maß für die Kompaktheit eines Landschaftselements* oder Patches angesehen. „Bildhaft gesprochen, kann dieser Radius bestimmt werden, wenn das entsprechende Patch um seinen geometrischen Schwerpunkt gedreht wird.“ ([22], S. 247). Diese Betrachtungsweise ist sehr problematisch, da sich Landschaftselemente nicht drehen lassen.

Natürlich ist dieses Maß geometrisch gesehen ein Radius, aber besser erscheint hier doch sicher die Interpretation des Maßes als maximaler Abstand des Schwerpunktes von einem Randpunkt des Areals bzw. als Ausdruck für die Ausdehnung der Fläche in eine extreme Richtung. Dieser Kompaktheitsausdruck ist auch recht gut an den Figuren der Abbildung 3.17 zu erkennen. Entscheidend ist hier, wo sich der „Hauptanteil“ des Patches befindet.

Vergleicht man den *Centroidradius* r_C mit dem *Umkreisradius* r_O , so bildet die Relation zwischen den beiden ein *Maß für die Zentralsymmetrie* des Patches (vgl. auch 3.3.6). Je geringer der *Centroidradius* vom *Umkreisradius* abweicht, desto zentralsymmetrischer ist das Patch.

Eine mögliche praktische Interpretation könnte zum Beispiel darin bestehen, dass das Patch höher bewertet werden soll, wenn er nicht nur eine gewisse Mindestausdehnung in alle Richtungen hat (*Inkreisradius*), sondern wenn zusätzlich der größere Teil des Landschaftselementes auch an dieser „dicksten“ Stelle konzentriert ist.

Denkbar wäre diese Interpretation als Ausdruck für eine Habitateignung. Im schon erwähnten BMBF-Verbundprojekt „Aufgabe und Funktion unzerschnittener und störungsarmer Lebensräume für Wirbeltierarten mit großen Raumansprüchen“ (vgl. [14]; [59]; [115]) war das ein besonders wichtiges Bewertungskriterium. Die in der Abbildung 3.17 abstrahierten „Einkerbungen“ und „Löcher“ könnten für Stichstraßen zu Einzelsiedlungen bzw. Einzelsiedlungen, die beide Störzonen markieren, stehen. Beide abstrakten Flächen würden dann für zerschneidungs- und störungsarme Räume stehen, wobei der durch die Figur 1 repräsentierte Raum für die betrachteten Tierarten der günstigere, also besser zu bewertende wäre (vgl. auch 4.3), da hier die zusammenhängende „unzerschnittene Restfläche“ größer ist. Genau das aber führt zur Schwerpunktverschiebung und somit zu einem größeren *Centroidradius* r_C .



Abb. 3.18: Centroidradien der Patches im Beispielgebiet(Datenquelle [75])

Die Anwendung des Grundmaßes *Centroidradius* r_C auf das Beispielgebiet zeigt die Abbildung 3.18.

Bemerkung. Die Abbildung dient nur der Veranschaulichung. Die Patches sind hier im Beispiel an den Rändern abgeschnitten worden. Daher wurden die *Centroidradien* nur für das sichtbare Gebiet bestimmt. In der Praxis müssen selbstverständlich die vollständigen Patches verwendet werden.

3.3.6 Grundlegende Eigenschaften der Grundmaße

Obwohl es theoretisch möglich wäre, weitere Grundmaße nach dem vorgestellten Muster zu konstruieren, die Menge der Grundmaße also über die fünf hier betrachteten zu erweitern, wird in dieser Arbeit bewusst darauf verzichtet. Auch wenn die Hinzunahme weiterer Grundmaße insbesondere durch neue praktische Problemstellungen

theoretisch erforderlich werden könnten, sind durch die hier vorgestellten Grundmaße bei entsprechender funktionaler Verknüpfung die meisten der aktuell relevanten, praktischen Problemstellungen abgedeckt.

Figur	Flächenradius r_A	Umfangsradius r_P	Umkreismradius r_O	Inkreisradius r_I	Centroidradius r_C
1	229	420	335	149	354
2	229	420	335	149	347
3	228	412	335	149	338
4	228	412	335	100	337
5	200	229	258	150	258
6	200	200	200	200	200
7	200	286	335	150	385
8	200	286	322	150	369
9	169	191	212	150	212
10	185	271	335	150	429
11	141	141	141	141	142
12	163	172	191	149	196
13	232	275	320	149	320
14	203	277	361	149	380
15	186	191	216	148	216
16	302	713	594	150	639
17	352	525	539	200	539
18	352	509	539	200	539
19	353	509	539	200	539
20	226	436	375	154	432
21	226	436	381	154	432
22	89	142	169	52	173
23	98	250	200	34	271
24	361	442	370	148	370

Tab. 3.1: Die fünf Grundmaße für die Testfiguren

In Tabelle 3.1 werden alle Grundmaße für die Testfiguren (vgl. auch Abb. 3.3) angegeben.

Bemerkung. Recht deutlich wird in der Tabelle die zweckgebundene Konstruktion des Testsets, mit der man nun insbesondere die Auswirkungen einzelner Grundmaße bei deren späterer, funktionaler Verknüpfung (Abschnitt 3.4) auf die Maße der Testfiguren gut studieren kann. Verschiedene Figuren stimmen in mehreren Grundmaßen überein, so dass man recht genau sehen kann, welches Grundmaß bzw. welche Grundmaße die

Differenzierung dieses Figurenpaares widerspiegeln. Zum Beispiel sind die Figuren 17, 18 und 19 durch Herausnahme der zentralen Rechtecke genau so konstruiert worden, dass Figur 18 jeweils mit den beiden anderen Figuren in genau 4 Grundmaßen übereinstimmt und sich nur in einem Maß unterscheidet (vgl. 3.19). Die „Ähnlichkeiten“ der Figuren können insbesondere bei der Suche nach geeigneten Wichtungsfaktoren sehr hilfreich sein (vgl. auch Abschnitt 4.2). Man beachte hierbei auch die Definitionen des Flächen- und Umfangsradius (vgl. 3.3.1 bzw. 3.3.2), als Ausdruck für den Flächeninhalt bzw. Umfang der Objekte.

Bemerkung. Die Werte sind hier ohne Nachkommastellen angegeben, da für die Zwecke dieser Arbeit die Genauigkeit für diese Testfiguren von untergeordneter Bedeutung ist und ausreicht. Theoretisch müssten die beiden Kreise (Figur 6 und Figur 11) fünf identische Grundmaße haben, da beim Kreis alle fünf Grundmaße jeweils gleich sind. Die Abweichungen der tatsächlichen Werte voneinander, die bei Verwendung von Nachkommastellen noch sichtbarer werden würden, liegen hier daran, dass es sich bei diesen Objekten im Testset in Wirklichkeit um Näherungspolygone (mit sehr vielen Eckpunkten) handelt. Der Centroidradius ist dabei ein besonders empfindliches Maß für geringfügigste Abweichungen zum regelmäßigen n -Eck und weicht daher minimal von den anderen Radien ab.

Auch die anderen Figuren des Testsets sind für eine Integration in ein GIS konstruierte Muster für idealisierte Flächen. Daher können die numerisch für diese Objekte berechneten Werte geringfügig von den theoretisch ermittelten Werten der Idealfiguren abweichen. Diese Figuren dienen nur der Veranschaulichung. Für Testrechnungen sollte daher für alle fünf Grundmaße der jeweilige theoretische Wert angesetzt werden.

Existenz, Eindeutigkeit, Berechenbarkeit und Interpretierbarkeit

Die Erfüllung dieser vier Eigenschaften durch die fünf Grundmaße wurde bereits bei der Vorstellung jedes einzelnen Maßes gezeigt.

Dimension

Alle fünf Grundmaße sind eindimensional.

Richtungsinvarianz/Isotropie

Die fünf vorgestellten Grundmaße sind auch lageinvariant, d.h. wegen ihrer Konstruktion liefern all diese Maße bei einem beliebigen Ausgangsareal X und einem aus den Kongruenzabbildungen Rotation (Drehung), Translation (Verschiebung) und Reflexion (Spiegelung) oder Kombinationen dieser hervorgehenden Areal X' jeweils die gleichen Werte.

Bemerkung. Da es sich um Kongruenzabbildungen handelt, verändern sich weder Flächeninhalt und Umfang (inklusive der daraus resultierenden Grundmaße) noch die relative Lage der Mittelpunkte der anderen drei ausgezeichneten Kreise zu den Eckpunkten.

Unabhängigkeit der Grundmaße

Bei der schrittweisen Einführung der fünf Grundmaße wurde anhand von Beispielen (vgl. Abb. 3.3) gezeigt, dass es Objekte gibt, die erst bei Verwendung aller fünf Grundmaße unterschieden werden können.

Um die tatsächliche Redundanzfreiheit der fünf verwendeten Maße zu zeigen, muss bewiesen werden, dass diese Maße nicht voneinander abhängig sind.

Sei $M = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5\}$ die Menge der Grundmaße.

Aus der Abhängigkeit eines dieser Grundmaße von einem anderen bzw. einer Kombination von den anderen Maßen würde folgen, dass es eine Funktion f geben müsste, die den Wert für jedes g_1 aus den anderen Maßen berechnet, d.h.

$$g_1 = f(g_2, g_3, g_4, g_5)$$

wobei $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 \in M$ die Grundmaße sind.

Diese Funktion ist in jedem Fall eine eindeutige Abbildung, d.h. wie auch immer diese konkret beschaffen sein mag, liefert sie bei vier konkreten Grundmaßen g_2, g_3, g_4, g_5 einen eindeutig bestimmten Wert für das fünfte Grundmaß g_1 .

Existieren nun zwei verschiedene Areale, die in allen vier Grundmaßen g_2, g_3, g_4, g_5 übereinstimmen, jedoch für das Maß g_1 verschiedene Werte aufweisen, kann wegen der Eindeutigkeit von Funktionen, eine solche Funktion f nicht existieren, was bedeutet, dass dann das Maß g_1 von den anderen vier Maßen g_2, g_3, g_4, g_5 unabhängig sein muss.

Diese Unabhängigkeit muss für alle fünf Grundmaße gezeigt werden, d.h. es bleibt folgendes zu beweisen:

Satz 3. *Es können keine Funktionen f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 existieren mit:*

$$r_A = f_1(r_P, r_I, r_O, r_C)$$

$$r_P = f_2(r_A, r_I, r_O, r_C)$$

$$r_I = f_3(r_A, r_P, r_O, r_C)$$

$$r_O = f_4(r_A, r_P, r_I, r_C)$$

$$r_C = f_5(r_A, r_P, r_I, r_O)$$

Beweis. Um nachzuweisen, dass keine derartige Funktion existiert, reicht es also jeweils aus, für jedes Grundmaß zwei Figuren zu finden, bei denen die jeweils anderen vier Grundmaße gleich, aber das Zielmaß unterschiedlich ist.

Für den *Flächenradius* r_A zeigen die Figuren 18 und 19 die Unabhängigkeit dieses Maßes von den anderen vier Grundmaßen in Abbildung 3.19 und Tabelle 3.2. Damit kann auch eine solche Funktion f_1 nicht existieren.

In der gleichen Abbildung und gleichen Tabelle werden die vermutete Unabhängigkeit und die Nichtexistenz einer Funktion f_2 des *Umfangsradius* r_P von den anderen vier Grundmaßen durch die Testfiguren 17 und 18 bestätigt.

Der *Inkreisradius* r_I hängt, wie beispielsweise in einem Vergleich der Figuren 3 und 4 deutlich wird, nicht von den anderen vier Grundmaßen ab. Eine Funktion f_3 kann es also auch nicht geben (vgl. Abb. 3.20 und Tab. 3.3).

Ein Vergleich der Figuren 20 und 21 zeigt, dass der *Umkreisradius* r_O nicht von den anderen vier Grundmaßen abhängt (vgl. Abb. 3.21 und Tab. 3.4). Also existiert die Funktion f_4 auch nicht.

Für den *Centroidradius* r_C ist bereits im Abschnitt 3.3 bei der Vorstellung der Maße gezeigt worden, dass dieser nicht von den anderen vier Grundmaßen abhängen kann, dass also eine solche Funktion f_5 nicht existieren kann, da die beiden Testfiguren 1 und 2 in allen anderen vier Grundmaßen übereinstimmen, jedoch verschiedene Centroidradien besitzen (vgl. Abb. 3.22 und Tab. 3.5).

Da keine der Funktionen f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 existiert, sind alle fünf Grundmaße voneinander unabhängig. \square

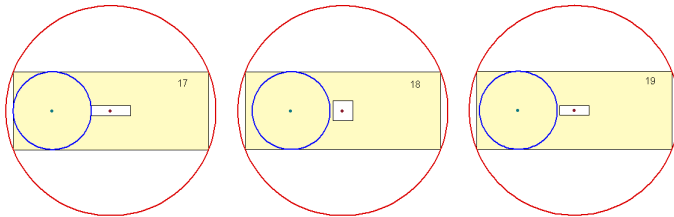


Abb. 3.19: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Flächenradius bzw. des Umfangsradius von den jeweils anderen vier Grundmaßen zeigen

	Figur 17	Figur 18	Figur 19
<i>Inkreisradius</i> r_I	200,0	200,0	200,0
<i>Umkreisradius</i> r_O	538,5	538,5	538,5
<i>Centroidradius</i> r_C	538,5	538,5	538,5
<i>Flächenradius</i> r_A	352,3	352,3	353,5
<i>Umfangsradius</i> r_P	525,2	509,3	509,3

Tab. 3.2: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Flächenradius bzw. des Umfangsradius von den jeweils anderen vier Grundmaßen zeigen

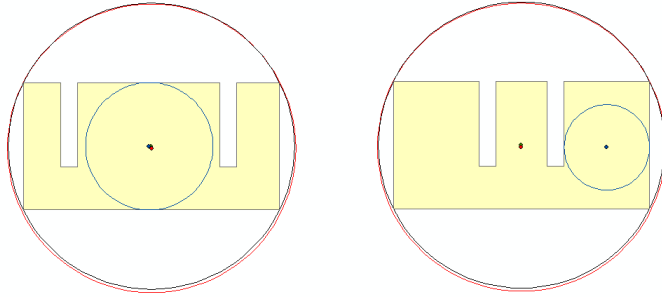


Abb. 3.20: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Inkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen

	Figur 3	Figur 4
<i>Flächenradius r_A</i>	227,8	227,8
<i>Umfangsradius r_P</i>	411,9	411,9
<i>Umkreisradius r_O</i>	335,0	335,0
<i>Centroidradius r_C</i>	337,7	337,7
<i>Inkreisradius r_I</i>	149,0	100,0

Tab. 3.3: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Inkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen

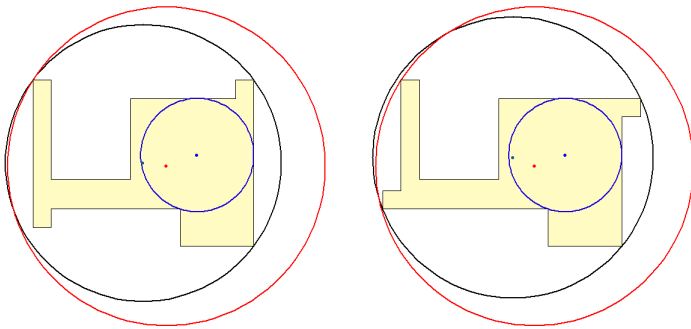


Abb. 3.21: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Umkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen

	Figur 20	Figur 21
<i>Flächenradius</i> r_A	225,8	225,8
<i>Umfangsradius</i> r_P	436,1	436,1
<i>Inkreisradius</i> r_I	153,5	153,5
<i>Centroidradius</i> r_C	431,7	431,7
<i>Umkreisradius</i> r_O	375,0	380,9

Tab. 3.4: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Umkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen

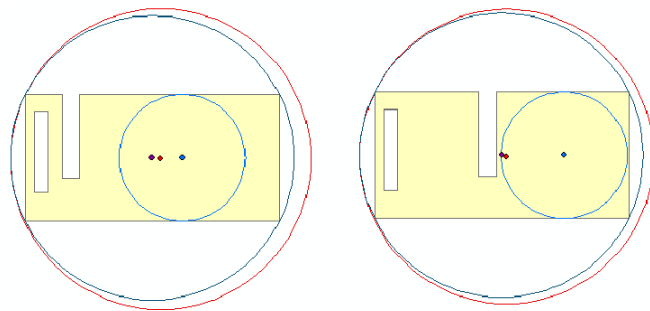


Abb. 3.22: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Centroidradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen

	Figur 1	Figur 2
<i>Flächenradius</i> r_A	228,7	228,7
<i>Umfangsradius</i> r_P	420,1	420,1
<i>Inkreisradius</i> r_I	149,0	149,0
<i>Umkreisradius</i> r_O	335,0	335,0
<i>Centroidradius</i> r_C	353,9	346,8

Tab. 3.5: Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Centroidradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen

Bemerkung. Diese Unabhängigkeit der Grundmaße untereinander schließt natürlich nicht die Korrelation dieser Maße für ausgewählte Mengen an Landschaftselementen, z.B. auch innerhalb einer Region aus, d.h. für solch eine Menge können bestimmte Maße sehr stark miteinander korrelieren, woraus dann auch Rückschlüsse auf die strukturellen Eigenschaften des gewählten Landschaftsausschnittes möglich wären.

Stetigkeit der Grundmaße und Generalisierung

Die fünf Grundmaße sind stetig, bildlich gesprochen, bedeutet das, dass eine kontinuierliche Lageveränderung von Eckpunkten der Areale auch eine kontinuierliche und keine sprunghafte Veränderung des Maßes zur Folge hätte.

Bemerkung. Eine Folgerung daraus besteht darin, dass jede stetige Funktion dieser Grundmaße dadurch auch wieder stetig ist.

Wie bereits in Abschnitt 3.2.1 angesprochen, hängt die Veränderung der Landschaftsmaße bestimmter Areale bei einer Generalisierung entscheidend von der Art der Vereinfachung der Objekte ab. Bei der Entfernung einzelner Eckpunkte unter Beibehaltung der grundlegenden Objekteigenschaften verändern sich auch die Grundmaße und damit alle ihre funktionalen Verknüpfungen nicht sprunghaft. Führt jedoch eine Generalisierung zu grundlegend veränderten Objekten, sind für diese auch grundlegend veränderte Landschaftsmaße zu erwarten.

Weitere Beziehungen der Grundmaße zueinander

Die 5 Grundmaße sind zwar voneinander unabhängig, es existieren aber weitere mathematisch recht interessante Relationen zueinander:

Für den *Flächenradius* r_A , *Umfangsradius* r_P , *Inkreisradius* r_I , *Umkreisradius* r_O und *Centroidradius* r_C einer beliebigen Figur gelten folgende Beziehungen:

1. $r_I \leq r_A \leq r_O \leq r_C$
2. $r_A \leq r_P$
3. Für konvexe Figuren gilt sogar: $r_I \leq r_A \leq r_P \leq r_O \leq r_C$

Bemerkung. Die Gleichheit der ersten beiden Ungleichungen bei 1. gilt genau dann, wenn die Figur ein Kreis ist. Die Ungleichung $r_P \leq r_O$ gilt für Figuren, die nicht konvex sind, im Allgemeinen nicht. Beispiele dafür wären z.B. die Figuren 1, 2, 3, 4, 23, 24 aus dem Testset (vgl. Tabelle 3.1 und Abbildung 3.3).

Beweise für die Richtigkeit dieser Ungleichungen wurden z.B. von Steinfeld 2012 vorgenommen (vgl. [99]).

Aus diesen Ungleichungen folgen sofort einige Aussagen, die im Folgenden explizit dargelegt werden sollen, da sie für spätere praktische Fragestellungen (vgl. Abschnitt 4.2 und 4.3) von Nutzen sein werden:

- $\frac{r_I}{r_O} \leq 1$ Dieser Bruch oder auch sein Kehrwert beschreibt das Verhältnis zwischen In- und Umkreis, misst damit also in gewisser Weise die Kreisform und nimmt für

den Kreis selbst mit dem Wert 1 sein Maximum an. Beide wurden auch schon in der Literatur als Landschaftsmaß verwendet (vgl. Tabelle 3.6).

- $\frac{r_A}{r_P} \leq 1$ Dieser Bruch bzw. sein Kehrwert beschreiben auch, aber auf andere Art als der vorhergehende eine Ähnlichkeit zum Kreis, man nennt diese auch „Kompaktheit“ bei dem er mit dem Wert 1 sein Maximum annimmt.
- $\frac{r_C}{r_O} \geq 1$ Dieser Bruch charakterisiert die Lage des Schwerpunktes. Für den Kreis, aber auch für alle anderen zentralsymmetrischen Objekte (vgl. z.B. [86], S. 682) ist der Wert 1. Je „unsymmetrischer“ ein Objekt hinsichtlich des Umkreisenzentrums ist, desto größer wird der Wert.

Bemerkung. Der *Centroidradius* r_C entspricht jedoch nicht, wie in mancher Literatur, z.B. bei Lang und Blaschke irrtümlich behauptet, „dem größten umschreibenden Kreis“ ([22], S. 247). Ein einfaches Gegenbeispiel zeigt die Figur 22 in der Abbildung 3.23, wo der Kreis mit dem Radius r_1 nach Konstruktion auch ein umschreibender Kreis, also ein Umkreis ist (die unteren fünf Eckpunkte der Figur 22 liegen auf dem Kreis mit dem Radius r_1), mit einem Radius, der jedoch deutlich größer als der entsprechende *Centroidradius* r_C ist.

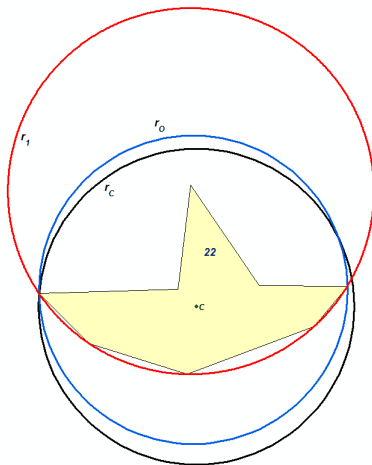


Abb. 3.23: Beispiel für Größenbeziehungen zwischen den Radien umschreibender Kreise

3.4 Die Darstellung von Landschaftsmaßen mit Hilfe der Grundmaße

Gemäß Abschnitt 3.2.2 können die Grundmaße nun funktional zu einem Landschaftsmaß kombiniert werden, d.h.

ein Landschaftsmaß L wird definiert als Funktion der fünf Grundmaße, d.h. es errechnet sich wie folgt

$$L = f(r_A, r_P, r_I, r_O, r_C).$$

Für solche Funktionen gibt es unterschiedlichste Möglichkeiten. Beispiele dafür, wie sich verschiedene, bekannte Landschaftsmaße als Funktion der Grundmaße darstellen lassen, werden im Abschnitt 3.5.2 gegeben.

Bemerkung. Zwei entscheidende, praktische Vorteile dieses Ansatzes werden bereits an dieser Stelle deutlich: Da die Interpretation der fünf Grundmaße bekannt ist, lassen sich nun leichter Interpretationsmöglichkeiten der komplexeren, funktional aus den Grundmaßen abgeleiteten, Landschaftsmaße, wie z.B. Wichtungen, auf diese zurückführen und Redundanzen zwischen den abgeleiteten Maßen erkennen.

Zu anderen Möglichkeiten der Nutzung der Grundmaße für die Differenzierung von Landschaftselementen wird in Abschnitt 4 Stellung genommen.

3.4.1 Eine Grundformel als Beispiel einer funktionalen Verknüpfung

Eine einfache funktionale Verknüpfung als Kombination dieser Grundmaße führt zu einer Grundformel:

$$L = \alpha \cdot r_A^\beta \cdot r_P^\gamma \cdot r_I^\delta \cdot r_O^\varepsilon \cdot r_C^\eta + K$$

wobei sich das Landschaftsmaß L für ein Landschaftselement ganz allgemein multiplikativ aus einem Koeffizienten α und den mit spezifischen Exponenten $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \eta$ versehenen, im Abschnitt 3.3 besprochenen, Grundmaßen *Flächenradius* r_A , *Umfangsradius* r_P , *Inkreisradius* r_I , *Umkreisradius* r_O und *Centroidradius* r_C zusammensetzt.

Bemerkung. Aus praktischen Gründen sollte man zunächst versuchen, möglichst einfache funktionale Verknüpfungen zu wählen, weil dadurch leichtere Interpretationsmöglichkeiten für praktische Fragestellungen ermöglicht werden (vgl. 3.2.2).

Die Elemente der Grundformel

Für die Grundformel wurde die mathematische Verknüpfung Multiplikation gewählt, da es so am besten möglich ist, die Grundmaße miteinander zu kombinieren. Sollten komplexere Funktionen der Grundmaße benötigt werden, so wären natürlich auch diese vorstellbar (vgl. 3.2.2). Vorerst soll an dieser Stelle jedoch von dieser einfachen Verknüpfung der Grundmaße ausgegangen werden.

Der Koeffizient α hat die Funktion, das Maß auf ein gewünschtes Intervall abzubilden, d.h. durch eine geeignete Wahl dieses Koeffizienten kann jede gewünschte Skalierung erreicht werden.

Die den Grundmaßen zugeordneten Exponenten $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \eta$ sorgen für die entsprechende Wichtung der jeweiligen Einzelmaße:

- Ist der Exponent 0, wird das entsprechende Grundmaß nicht berücksichtigt.
- Ist der Exponent 1, wird es mit einfachem Gewicht verwendet.
- Ist der Exponent größer als 1, erhöht sich das Gewicht des Einzelmaßes.
- Liegt der Exponent zwischen 0 und 1, geht das Grundmaß entsprechend geringer wertig in den Gesamtwert ein.
- Ist der Exponent kleiner als 0, wird das übrige Produkt zu diesem Maß ins Verhältnis gesetzt.

Die Konstante K sorgt für eine Verschiebung des Wertintervalls.

Interpretierbarkeit

Diese Herangehensweise der multiplikativen Verknüpfung der gewichteten, voneinander unabhängigen Grundmaße hat im Vergleich zu den bisher üblichen Konstruktionen von Landschaftsmaßen den bedeutenden Vorteil, dass auf dieser Basis relativ leicht komplexe Landschaftsmaße entwickelt werden können, die trotzdem gut interpretierbar bleiben.

Das Gewicht jedes einzelnen Grundmaßes wird durch den Exponenten bestimmt. Ist es beispielsweise aus praktischen Erwägungen heraus, nicht notwendig, eine, durch ein Grundmaß repräsentierte, Eigenschaft zu berücksichtigen, so wird es mit dem Exponenten 0 gewichtet.

Außerdem lassen sich auf dieser Basis vorhandene, häufig verwendete Maße, die auf diese fünf Grundmaße funktional zurückgeführt werden können, besser interpretieren, da nun explizit erkennbar ist, welche Grundmaße wie stark gewichtet in den Gesamtwert eingehen (vgl. Abschnitt 3.5.2).

Erweiterbarkeit

Grundsätzlich ist diese Konstruktionsvariante von Landschaftsmaßen für verschiedene Erweiterungen offen:

1. Es können theoretisch nach dem gleichen Muster weitere Grundmaße g_6, g_7, \dots, g_n gefunden werden, die analog zu den anderen fünf Grundmaßen eingebunden werden können. Um eine korrekte Interpretierbarkeit zu ermöglichen und alle anderen gewünschten Eigenschaften erfüllen zu können, bleibt jedoch zu beachten, dass auch diese unabhängig von allen bisherigen Grundmaßen sein müssen.

2. Einzelne Grundmaße können auch durch andere, neu zu findende ersetzt werden. Für diese Substituenten ist dann auch die Unabhängigkeit von den anderen Maßen der Menge der Grundmaße zu zeigen, und alle gewünschten Eigenschaften müssen erfüllt werden (vgl. 3.2.1).
3. Andere, komplexere funktionale Verknüpfungen der Grundmaße sind möglich. Um die Interpretierbarkeit der zusammengesetzten Maße zu ermöglichen, erscheint jedoch die Wahl zu komplizierter funktionaler Verknüpfungen nicht sehr hilfreich zu sein.

Demzufolge wären nach dem Vorbild der Vorgehensweise des Abschnittes 3.3 auch andere Lösungen zum Problem aus dem Abschnitt 3.2 denkbar.

3.5 Landschaftsmaße, die auf die fünf Grundmaße zurückgeführt werden können

3.5.1 Grundmaße

Alle Grundmaße lassen sich selbst als Resultat der in 3.4 vorgestellten Formel interpretieren: Der Koeffizient α wird 1, die Verschiebungskonstante 0, der eigene Exponent 1 und die Exponenten der jeweils anderen Grundmaße werden 0 gesetzt. Zum Beispiel ergibt sich der Flächenradius aus der Formel:

$$r_A = 1 \cdot r_A^1 \cdot r_P^0 \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0 .$$

3.5.2 Abgeleitete Maße: Interpretation „bekannter“ Maße auf der Basis der Grundmaße

In der Tabelle 3.6 werden eine Reihe von Maßen, die aus der Literatur bekannt sind und mit Hilfe der Grundformel oder in weiteren Beispielen mit Hilfe anderer Funktionen auf die fünf Grundmaße zurückgeführt werden können, mit den Verweisen auf die entsprechenden Literaturstellen und Abschnitte der vorliegenden Arbeit zusammengefasst.

Diese Liste erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, soll aber vor allem die Beziehungen zwischen verschiedenen Maßen aufzeigen. Die Hauptquellen für die aufgelisteten Landschaftsmaße sind dabei „FRAGSTATS“ [84], „IDEFIX“ [71] und „vLATE“ [76] sowie einige andere Veröffentlichungen (vgl. [23]; [50]; [75]; [93]).

Auch gibt es durchaus Landschaftsmaße, die sich nicht ohne weiteres funktional auf die fünf Grundmaße zurückführen lassen. Als Beispiel sei hier nur der Circle Shape Index CSI (vgl. Abschnitt 3.1) genannt. An eben diesem Beispiel wird in Abschnitt 4.2 vorgeführt, wie man die hinter dem Maß stehende inhaltliche, also landschaftsökologische Problemstellung mit einem viel einfacheren, aus den Grundmaßen direkt herleitbaren Landschaftsmaß, ebenso lösen kann.

Beispiele für Landschaftsmaße, die mit Hilfe der Grundformel direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können				
Name	Formel	Funktion der Grundmaße	Autoren	Vgl.
PARA	$\frac{P_R}{A_R}$	$2 \cdot r_A^{-2} \cdot r_P^1 \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	McGarigal et al.1994	[84]
CIRCLE	$1 - \frac{A_R}{A_O}$	$-1 \cdot r_A^2 \cdot r_P^0 \cdot r_I^0 \cdot r_O^{-2} \cdot r_C^0 + 1$	Baker, Cai 1992, McGarigal et al. 1994	[71], [84]
Compactness	$\frac{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A_R}}{P_R}$	$1 \cdot r_A^1 \cdot r_P^{-1} \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	Bosch 1978, Podolski 1990, Lyon 1983	[23]
Shape	$\frac{P_R}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A_R}}$	$1 \cdot r_A^{-1} \cdot r_P^1 \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	Forman, Gordon 1986	[75]
Circularity Ratio	$\frac{A_R}{A_O}$	$1 \cdot r_A^{-2} \cdot r_P^0 \cdot r_I^0 \cdot r_O^{-2} \cdot r_C^0 + 0$	Stoddard 1965	[23]
Formfaktor	$\frac{P_R^2}{A_R}$	$4 \cdot \pi \cdot r_A^{-2} \cdot r_P^2 \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	Garten 1976	[93]
Konturindex	$\frac{P_R}{P_K}$	$1 \cdot r_A^{-1} \cdot r_P^1 \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	Kostrubiec 1972	[93]
Shape Factor 1	$\frac{P_O}{P_R}$	$1 \cdot r_A^0 \cdot r_P^{-1} \cdot r_I^0 \cdot r_O^1 \cdot r_C^0 + 0$	Bosch 1978	[23]
Shape Factor 2	$\frac{A_I}{A_R}$	$1 \cdot r_A^{-2} \cdot r_P^0 \cdot r_I^2 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	Davis 1986	[23]
Gestaltsindex 1	$\frac{A_R}{0,282 \cdot P_R}$	$\frac{1}{0,564} \cdot r_A^2 \cdot r_P^{-1} \cdot r_I^0 \cdot r_O^0 \cdot r_C^0 + 0$	Krumbein 1941, Pettijohn 1957	[50]
Gestaltsindex 2	$\frac{A_R}{0,866 \cdot L}$	$\frac{1}{1,732} \cdot r_A^2 \cdot r_P^0 \cdot r_I^0 \cdot r_O^{-1} \cdot r_C^0 + 0$	Krumbein 1941, Pettijohn 1957	[50]
Gestaltsindex 3	$\frac{r_I}{r_O}$	$1 \cdot r_A^0 \cdot r_P^0 \cdot r_I^1 \cdot r_O^{-1} \cdot r_C^0 + 0$	Gibbs 1961	[50]
Beispiele für Landschaftsmaße, die mit anderen Funktionen direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können				
Name	Formel	Funktion der Grundmaße	Autoren	Vgl.
Shape Factor 3	$\frac{A_O - A_I}{A_R}$	$\frac{r_O^2 - r_I^2}{r_A^2}$	Davis 1986	[23]
CCI 2	$1 - \sqrt{\frac{(P_O - P_K) \cdot (P_K - P_I)}{P_O \cdot P_K}}$	$1 - \sqrt{\frac{(r_O - r_P) \cdot (r_P - r_I)}{r_O \cdot r_P}}$	Borg, Fichtelmann 1998	[23]
FRAC	$\frac{2 \cdot \ln(0,25 \cdot P_R)}{\ln A_R}$	$\frac{2 \cdot (\ln(\frac{\pi}{2}) + \ln(r_P))}{\ln(\pi) + 2 \cdot \ln(r_A)}$	Mandelbrot 1977, McGarigal et al. 1994	[84], [75]

Tab. 3.6: Übersicht über Maße, die aus den Grundmaßen abgeleitet werden können

Bemerkung. Entsprechend der Aussagen dieser Arbeit sind hier ausschließlich Landschaftsmaße für das Vektorformat enthalten (vgl. 2.2.1). Es wurden die Formelzeichen an die Syntax dieser Arbeit angepasst, so dass hier z.B. P für den Umfang anstatt U in den Originalquellen verwendet wurde. Ferner steht A für den Flächeninhalt, I für den Inkreis, O für den Umkreis. In der Tabelle seien außerdem mit dem Index R das reale Objekt und mit K ein jeweils dazu flächengleicher Kreis gemeint. L bezeichnet die längste Achse.

Maße, die sich nur auf eine Größe beziehen, wie z.B. *Area*, *Perimeter* und auch in den Bibliotheken wie „FRAGSTATS“ enthalten sind, wurden hier nicht berücksichtigt.

3.5.3 Beispiele für Landschaftsmaße, die mit der Grundformel direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können

Nr.	Name	Formel	α	Exponent für					K
				r_A	r_P	r_I	r_O	r_C	
1	PARA	$\frac{P_R}{A_R}$	2	-2	1	0	0	0	0
2	CIRCLE	$1 - \frac{A_R}{A_O}$	-1	2	0	0	-2	0	1
3	Compactness	$\frac{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A_R}}{P_R}$	1	1	-1	0	0	0	0
4	Shape	$\frac{P_R}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A_R}}$	1	-1	1	0	0	0	0
5	Circularity Ratio	$\frac{A_R}{A_O}$	1	2	0	0	-2	0	0
6	Formfaktor	$\frac{P_R^2}{A_R}$	$4 \cdot \pi$	-2	2	0	0	0	0
7	Konturindex	$\frac{P_R}{P_K}$	1	-1	1	0	0	0	0
8	Shape Factor 1	$\frac{P_O}{P_R}$	1	0	-1	0	1	0	0
9	Shape Factor 2	$\frac{A_I}{A_R}$	1	-2	0	2	0	0	0
10	Gestaltsindex 1	$\frac{A_R}{0,282 \cdot P_R}$	$\frac{1}{0,564}$	2	-1	0	0	0	0
11	Gestaltsindex 2	$\frac{A_R}{0,866 \cdot L}$	$\frac{1}{1,732}$	2	0	0	-1	0	0
12	Gestaltsindex 3	$\frac{r_I}{r_O}$	1	0	0	1	-1	0	0

Tab. 3.7: Angabe der Grundformelparameter α und K sowie der jeweiligen Exponenten für Landschaftsmaße, die mit Hilfe der Grundformel direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können

In Tabelle 3.7 werden die Parameter der Grundmaße für die jeweiligen Landschaftsmaße angegeben. Der Faktor α hat dabei nur skalierende und K nur verschiebende Wirkungen, d.h. sie beeinflussen nur das Zielintervall des jeweiligen Wertebereichs. Es lassen sich aus den beiden Tabellen 3.6 und 3.7 mehrere Schlussfolgerungen ziehen:

- Einen wichtigen Stellenwert in der Interpretation der Formel besitzen vor allem die Exponenten, da sie die Wichtung jedes einzelnen Grundmaßes angeben,

d.h. sie bestimmen, auf welche Weise und wie stark das Grundmaß den Wert der jeweiligen Funktion beeinflusst. Damit kann der Anwender auch leichter die einzelnen Maße miteinander vergleichen und überprüfen, welches besser zu der praktischen Fragestellung passt bzw. inwieweit ein Maß erweitert werden müsste, damit es das fachliche Problem adäquat widerspiegelt.

- In der Tabelle 3.7 ist leicht zu erkennen, dass viele dieser Maße in gewisser Weise redundant sind, ein Problem auf das bereits McGarigal und Marks hinwiesen (vgl. [84]) und was auch in der Datenbank „IDEFIX“ (vgl. [71]) angezeigt wird. Die Art der Redundanz wird nun aber in dieser Tabelle recht gut sichtbar.
- Kein einziges, in den Tabellen 3.6 und 3.7 vorgestellte Maß würde alle Figuren des Testsets (vgl. Abb. 3.1) voneinander differenzieren können, da dafür wie in Abschnitt 3.3 gezeigt, alle Grundmaße in der Formel enthalten sein müssten.
- Da alle in den Tabellen 3.6 und 3.7 präsentierten Maße sogar auf nur jeweils zwei Grundmaße zurückführbar sind, würden ganze Gruppen von Testfiguren jeweils die gleichen Werte zugeordnet bekommen (vgl. dazu Tabelle 3.8). Für die Anwendung in der Praxis hieße das dann, dass auch Patches mit sehr verschiedenen geometrischen Eigenschaften ähnlich bewertet werden würden, weil diese in diesen Landschaftsmaßen nicht berücksichtigt werden.
- Da kein Maß, das in den Tabellen 3.6 und 3.7 vorgestellt wird, in irgendeiner Weise den Schwerpunkt berücksichtigt, übrigens auch die Maße aus Tabelle 3.6, die nicht in Tabelle 3.7 enthalten sind, nicht, ist überhaupt kein Maß dabei, das Objekte des Typs der Figuren 1 und 2 voneinander unterscheiden könnte (vgl. auch 3.8 und 3.9). Wie schon in den Abschnitten 3.1 und 3.3.5 angedeutet und im Abschnitt 4.3 noch näher erläutert wird, entschlossen sich daher Kappler und Steinfeld 1997 bei einer tierökologischen Fragestellung, bei der es gerade auf derartige Differenzierungen ankam, ein völlig neues Maß zu konstruieren.

Bemerkung. Wenn für die praktische Problemstellung, die auf den Einsatz von Landschaftsmaßen führt, geometrische Faktoren, für die bestimmte Parameter stehen, nicht von Bedeutung sind, dann können und sollten diese mit 0 gewichtet werden. Wenn es also beispielsweise unerheblich für die Problemstellung wäre, ob Objekte der jeweiligen Gruppentypen unterscheidbar sind, dann haben auch Maße ihre Einsatzberechtigung, die nicht alle Figuren des Testsets differenzieren können. Hier sei aber noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass das Testset nur beispielhaften Charakter hat und daraus, dass ein Maß sämtliche Testfiguren differenzieren kann, keineswegs folgt, dass das für alle möglichen Objekte gelten muss.

Nr.	Name	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 5
1	PARA	1, 2	3, 4	7, 8	18, 19	20, 21
2	CIRCLE	1, 2	3, 4		17, 18, 19	
3	Compactness	1, 2	3, 4	7, 8	18, 19	20, 21
4	Shape	1, 2	3, 4	7, 8	18, 19	20, 21
5	Circularity Ratio	1, 2	3, 4		17, 18, 19	
6	Formfaktor	1, 2	3, 4	7, 8	18, 19	20, 21
7	Konturindex	1, 2	3, 4	7, 8	18, 19	20, 21
8	Shape Factor 1	1, 2	3, 4		18, 19	
9	Shape Factor 2	1, 2		5, 6, 7	17, 18, 19	20, 21
10	Gestaltsindex 1	1, 2	3, 4	7, 8	18, 19	20, 21
11	Gestaltsindex 2	1, 2	3, 4		17, 18, 19	
12	Gestaltsindex 3	1, 2, 3		7, 10	17, 18, 19	

Tab. 3.8: Testfiguren, die von den Landschaftsmaßen aus 3.7 jeweils gleich bewertet werden würden

3.5.4 Beispiele für Landschaftsmaße, die mit Hilfe von anderen Funktionen direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können

Nr.	1	2	3
Name	Shape Factor 3	CCI 2	FRAC
Formel	$\frac{A_O - A_I}{A_R}$	$1 - \sqrt{\frac{(P_O - P_K) \cdot (P_K - P_I)}{P_O \cdot P_K}}$	$\frac{2 \cdot \ln(0,25 \cdot P_R)}{\ln A_R}$
Formel mit Grundmaßen	$\frac{r_O^2 - r_I^2}{r_A^2}$	$1 - \sqrt{\frac{(r_O - r_P) \cdot (r_P - r_I)}{r_O \cdot r_P}}$	$\frac{2 \cdot (\ln(\frac{\pi}{2}) + \ln(r_P))}{\ln(\pi) + 2 \cdot \ln(r_A)}$
Gruppe 1	1, 2, 3	1, 2	1, 2
Gruppe 2			3, 4
Gruppe 3			7, 8
Gruppe 4	17, 18, 19	18, 19	18, 19
Gruppe 5			20, 21

Tab. 3.9: Testfiguren, die von den Landschaftsmaßen aus 3.6, die nicht über die Grundformel auf die Grundmaße zurückgeführt werden können, jeweils gleich bewertet werden würden

Auch die im Folgenden vorgestellten drei Landschaftsmaße sind offensichtlich nicht für alle Anwendungen geeignet, da sie nach Tabelle 3.9 schon verschiedene Gruppen der Testfiguren (vgl. Abb. 3.1) nicht differenzieren könnten. Daher sind auch hier die Ausführungen aus Abschnitt 3.5.3 zu beachten.

3.5.4.1 Die Messung der fraktalen Dimension

Das in „FRAGSTATS“ (vgl. [84]) als „FRAC“ implementierte, in der Literatur mitunter auch als „FRACT“ bezeichnete (vgl. [102], S. 198) und von Benoit Mandelbrot entwickelte Maß zur Messung der fraktalen Dimension (vgl. [82]) eines Flächenobjektes kann auch als Funktion aus den Grundmaßen aufgefasst werden. Es kann daher ohne Probleme in die Theorie eingebettet werden. Weitergehende Fragestellungen bewegen sich dementsprechend eigentlich schon außerhalb des Kontextes dieser Arbeit. Dennoch soll hier kurz auf einige Probleme eingegangen werden.

Als praktisches Problembeispiel wurde damals von Mandelbrot z.B. die Vermessung der Küstenlinie Großbritanniens herangezogen, deren Länge beim tatsächlichen Messen mit jeder Vergrößerung zunimmt (vgl. [82], S. 37 ff.). Dieses führt letztendlich auf den Begriff der fraktalen Dimension. Viele Beispiele für andere Längen in der Natur kann man einer sehr umfangreichen Literatur zu dem Thema entnehmen. In der Geographie sei hier dabei beispielsweise auch auf die Arbeiten von Pierre Frankhauser (vgl. z.B. [42]; [43]) zu siedlungsgeographischen Fragestellungen verwiesen. Außerdem sind unter Anwendung der damit im Zusammenhang stehenden Theorien, wie z.B. der Selbstähnlichkeit, viele natürliche Phänomene nachbildbar. Bekannt sind u.a. auch realistisch anmutende Computerlandschaften. Aber dennoch ist die Frage zu klären, ob dieses Maß für unsere Fragestellungen in dieser Form geeignet sein kann.

Dieses Maß, das ein Maß für die Kompaktheit der Fläche sein soll und die „Irregularität eines Objektes, welches invariant zum Maßstab ist“, beschreibt, aber nur über deren Umfang in Relation zum Flächeninhalt ermittelt wird, wird auch häufiger bei landschaftsökologischen Fragestellungen herangezogen ([75], S. 243 ff.). Grundsätzlich kann man es immer berechnen.

Abgesehen von der in Tabelle 3.9 demonstrierten Tatsache, dass für einige Objektklassen mit diesem Maß „FRAC“ keine Differenzierungen möglich sind, müssten zumindest noch zwei Fragen geklärt werden:

- Ist für dieses Maß bei Polygonen überhaupt eine sinnvolle Anwendung möglich?
- Worin besteht der landschaftsökologisch relevante Unterschied zu anderen Maßen, die funktional Umfang und Flächeninhalt bzw. Umfangsradius und Flächenradius miteinander verknüpfen?

Die hier betrachteten Landschaftselemente, auf die die Landschaftsmaße angewendet werden, sind Polygone im Vektorformat (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Die erste Frage ist daher nicht leicht zu beantworten, denn die Anzahl der Eckpunkte der Polygone hängt nicht nur vom Objekt ab. Sie ist auch sehr stark vom Digitalisiermaßstab, also der Datenerfassung abhängig. Sie ist jedoch stets endlich, d.h. der von Mandelbrot (vgl. [82], S. 37 ff.) beschriebene Effekt, dass sich Kantenlinien verlängern, je größer der Betrachtungsmaßstab wird, tritt für ein Polygon überhaupt nicht auf.

Diese Überlegung führt unmittelbar zur zweiten Frage, der Frage nach dem Vorteil der Anwendung der relativ komplizierten Logarithmenverhältnisse gegenüber den einfacheren Quotienten aus der Grundformel bei landschaftsökologischen Fragestellungen.

Vergleicht man beispielsweise die Ergebnisse der Landschaftsmaße „Konturindex“ (vgl. Tabelle 3.6), d.h. in Bezug auf die Grundmaße $L = r_A^{-1} \cdot r_P^1$ und „FRAC“ für die Figuren des Testsets, so stellt man fest, dass es in der Differenzierung und Rangfolge bzgl. dieser Figuren eigentlich keine relevanten Differenzierungsunterschiede zwischen beiden Maßen zu geben scheint (vgl. Tabelle 3.10 sowie die Abb. 3.24 und 3.25), weshalb zumindest bezogen auf das Testset keine Rechtfertigung für den Einsatz des Maßes „FRAC“ zu finden ist.

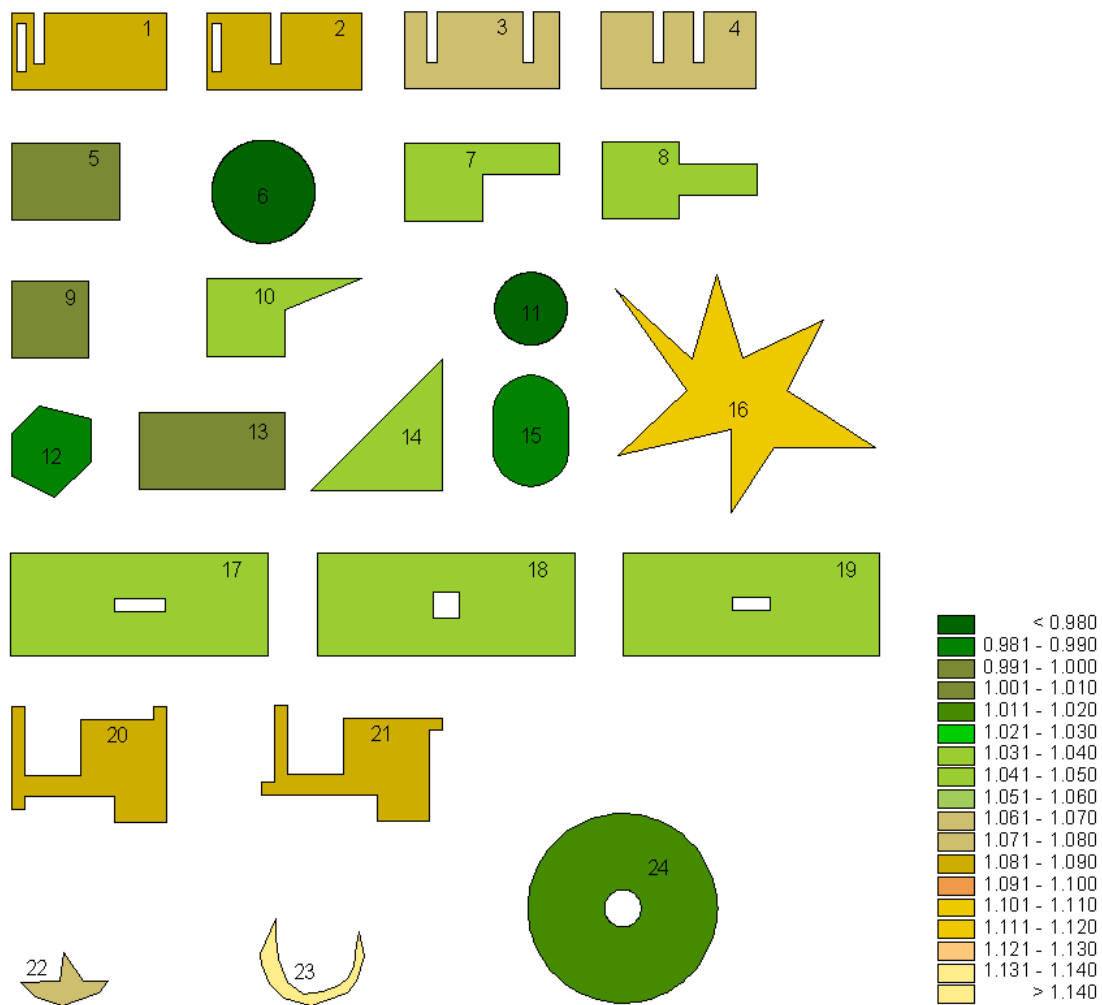


Abb. 3.24: Die Anwendung von „FRAC“ $FRAC = \frac{2 \cdot \ln(0,25 \cdot P_R)}{\ln A_R}$ auf die Testfiguren

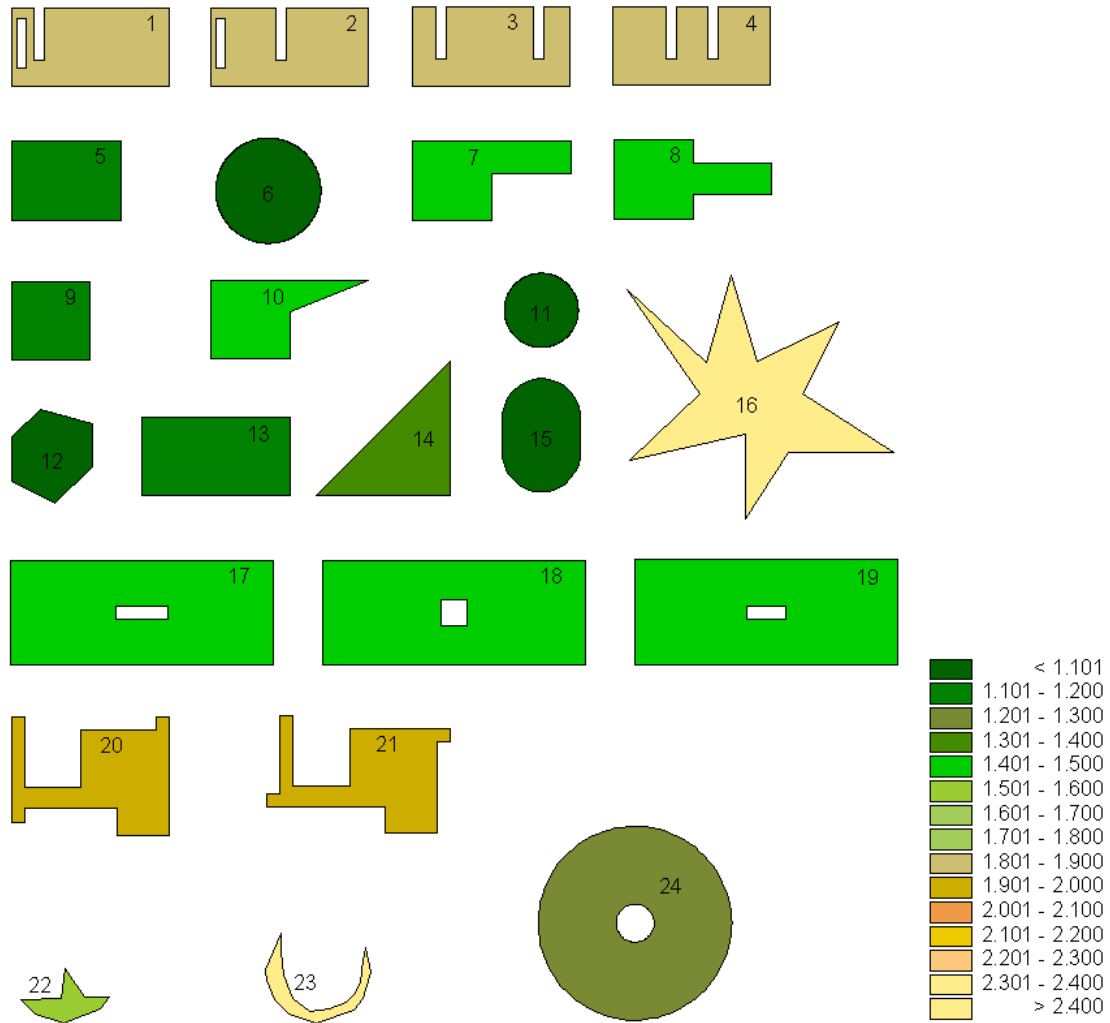


Abb. 3.25: Die Anwendung des „Konturindex“ $L = r_A^{-1} \cdot r_P^1$ auf die Testfiguren

Bemerkung. Zur besseren Übersicht wurden die Figuren in den Abbildungen 3.24 und 3.25 nach den Werten beim „Konturindex“ geordnet. Der „Konturindex“, also das viel einfachere Maß im Vergleich zu „FRAC“, differenziert die Figuren hier sogar etwas deutlicher. Erst wenn noch mehr Nachkommastellen betrachtet werden, kommen leichte Abweichungen in der Rangfolge zutage, so weisen Figur 7 und 8 beim „FRAC“ dann sehr geringfügig höhere Werte auf als die Figuren 18 und 19, das könnte aber auch in der Konstruktion und der Digitalisierengenauigkeit begründet liegen. Schon auf Grund dieser Ergebnisse sollte untersucht werden, ob die unter ausschließlicher Verwendung des „FRAC“-Landschaftsmaßes erzielten Ergebnisse nicht auch mit deutlich einfacheren

Kombinationen aus Flächeninhalt und Umfang bzw. Flächen- und Umfangsradius, zu erreichen wären, die dann aber leichter zu interpretieren wären. Möglicherweise könnte man auch für derartige Untersuchungen spezielle Testfiguren mit sehr speziellen Eigenschaften als Modelle für Landschaftselemente bzw. Patches konstruieren, mit denen das dann näher untersucht werden kann und sollte. Das liegt aber außerhalb des Gegenstandes dieser Arbeit.

Figur	FRAC	Konturindex
23	1,16	2,54
16	1,12	2,36
20	1,09	1,93
21	1,09	1,93
1	1,08	1,84
2	1,08	1,84
3	1,08	1,81
4	1,08	1,81
22	1,07	1,59
17	1,04	1,49
10	1,04	1,46
18	1,04	1,45
19	1,04	1,44
7	1,04	1,43
8	1,04	1,43
14	1,03	1,36
24	1,01	1,22
13	1,01	1,19
5	1,00	1,14
9	1,00	1,13
12	0,99	1,06
15	0,98	1,03
11	0,98	1,00
6	0,98	1,00

Tab. 3.10: Werte von „FRAC“ und „Konturindex“ für die Testfiguren

4 Vom inhaltlichen Problem zur Anwendung

4.1 Aussagekraft und Interpretationsmöglichkeiten der geometrischen Eigenschaften

Die hier betrachteten Landschaftsmaße beschreiben ausschließlich geometrische Eigenschaften der Objekte. Mit ihrer Hilfe lassen sich Mengen von geometrischen Objekten nach bestimmten Kriterien differenzieren. Es werden dem Anwender sozusagen Werkzeuge an die Hand gegeben, die eine geometrische Unterscheidung dieser Patches nach bestimmten fachwissenschaftlichen Gesichtspunkten ermöglichen.

Die Auswahl der Kriterien, z.B. die Wichtung einzelner geometrischer Parameter resultiert dabei ausschließlich aus fachwissenschaftlichen Überlegungen (vgl. 4.2).

Auch Interpretationen der möglichen Relationen dieser geometrischen Attribute zu anderen, nicht geometrischen Eigenschaften liegen weiterhin im Ermessen des jeweiligen Fachwissenschaftlers.

Außerdem sind damit Fragestellungen, wie die nach den, bei der Definition der Patches vorgenommenen, mitunter in der Praxis nicht unproblematischen Grenzziehungen, nicht Gegenstand der Betrachtungen.

Für die Anwendung und Interpretation gelten weiterhin ganz allgemein die Aussagen, die McGarigal und Marks in ihrem Vorwort zum Programmpaket „FRAGSTATS“ schreiben. Sie beklagen dort das hohe Missbrauchspotential derartiger Tools, die immer nur so gut sein können, wie ihre Nutzer. Damit meinen sie vermutlich sowohl das „garbage in-garbage out - Axiom“ hinsichtlich der Datenqualität als auch die Anforderung, dass jeweils die exakte Bedeutung jeden Maßes vor dessen Anwendung klar sein sollte (vgl. [84], S. 4). Für eine sinnvolle fachwissenschaftliche Interpretation sollten also nur Maße verwendet werden, deren inhaltliche Bedeutung im Kontext der Fragestellung vorab geklärt ist. „Die sinnvolle Nutzung der Landschaftsmaße setzt [...] ein breites Verständnis von räumlichen Daten voraus.“ ([22], S. 22).

Die konkrete Aussagekraft und ihre Interpretationsmöglichkeiten wurde für die fünf Grundmaße in Abschnitt 3.3 angegeben.

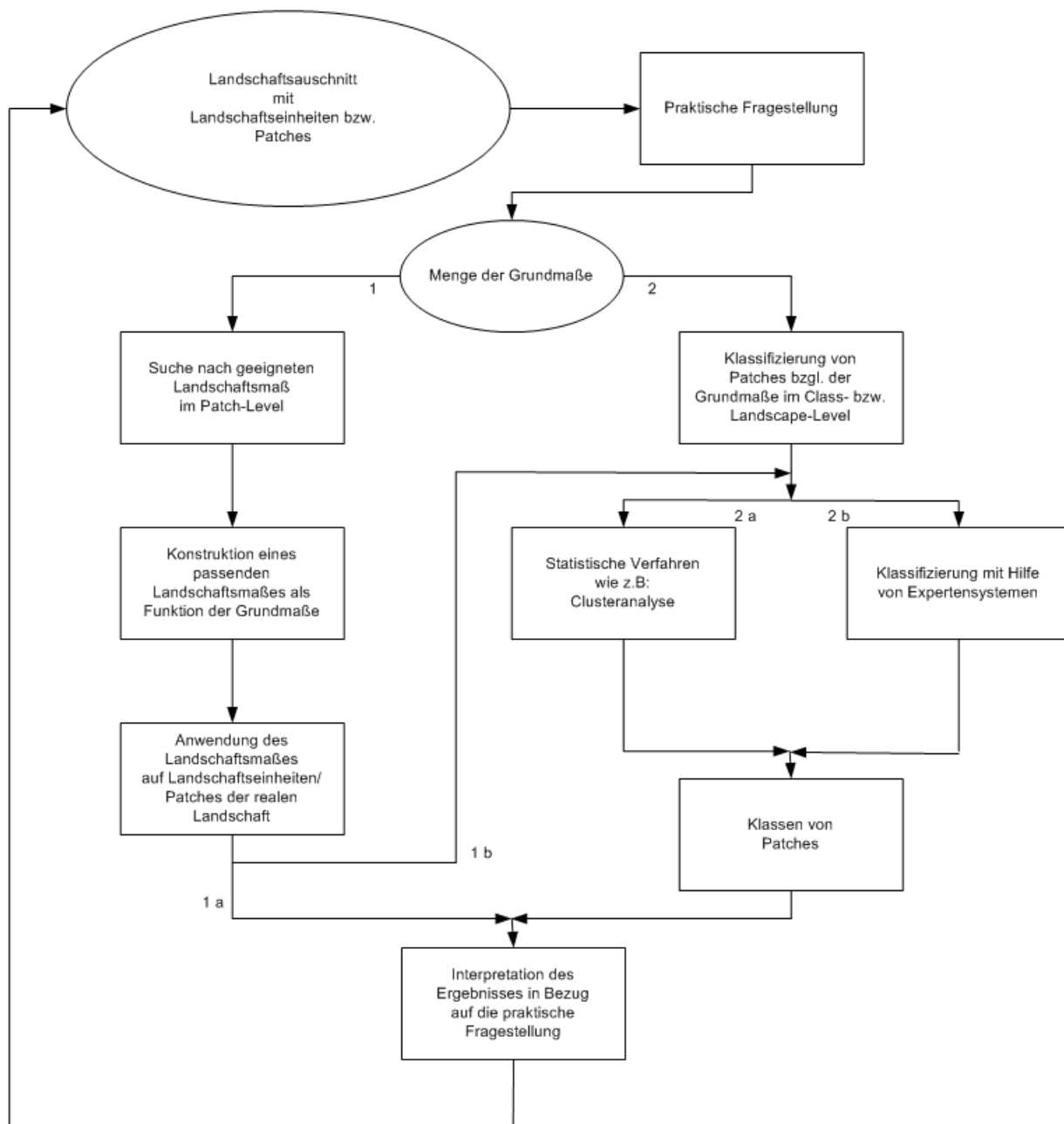


Abb. 4.1: Von den Grundmaßen zur komplexeren Bewertung der Patches

Die Abbildung 4.1 zeigt verschiedene Wege auf, wie die fünf Grundmaße bei der Beantwortung praktischer Fragestellungen in der Landschaftsökologie genutzt werden können:

Weg 1

Auf der Basis der Grundmaße wird ein geeignetes Landschaftsmaß konstruiert, dass auf Landschaftseinheiten oder Patches im untersten, dem Patch-Level angewendet wird.

- 1a Diese Ergebnisse werden dann hinsichtlich der praktischen Fragestellung interpretiert.
- 1b Die Ergebnisse der Bewertung mit dem neu konstruierten Landschaftsmaß fließen als Input in den Weg 2 ein.

Weg 2

Patches werden hinsichtlich ihrer Bewertungen mit den Grundmaßen oder anderen Landschaftsmaßen (aus Weg 1b resultierend) analysiert, klassifiziert bzw. typisiert.

- 2a Für die Weiterverarbeitung der Daten werden zur Gewinnung von Informationen über Mengen von Patches statistische Verfahren der Spatial Analysis angewendet. Als Beispiel sei hier z.B. die Clusteranalyse zur Bildung von Patchtypen genannt (vgl. z.B. [12], S. 278 ff.).
- 2b Klassifizierungen können, insbesondere bei Einbeziehung „unscharfer“ Merkmale auch mit Hilfe von Expertensystemen durchgeführt werden. An dieser Stelle sei als Beispiel das fallbasierte Expertensystem „InfoClas“ genannt, das schon in der Vergangenheit für solche geographischen Klassifikationsaufgaben herangezogen wurde (vgl. [58]; [67]).

Die Ergebnisse beider Wege werden dann entsprechend der praktischen Ausgangsfragestellung interpretiert, und es werden Rückschlüsse auf die konkrete Landschaft, ihre Elemente oder Strukturen gezogen.

Da sich die vorliegende Arbeit auf die Ebene der Patches beschränkt, wird hier nur die Vorgehensweise für den Weg 1 im Abschnitt 4.2 genauer erläutert und anschließend im Abschnitt 4.3 mit einem Anwendungsbeispiel untersetzt.

Für den zweiten Weg sei auf die oben genannten Literaturbeispiele verwiesen.

4.2 Abbildung der geographischen Fragestellung durch die Konstruktion eines Landschaftsmaßes aus den Grundmaßen

In diesem Abschnitt wird die prinzipielle Vorgehensweise bei der Konstruktion eines Landschaftsmaßes aus den Grundmaßen erläutert. Im Abschnitt 4.3 wird dann dieses Vorgehen beispielhaft illustriert.

Der wichtigste Grundsatz besteht dabei darin, dass die fachwissenschaftliche Frage zur Verwendung eines Maßes führen muss, nicht umgekehrt.

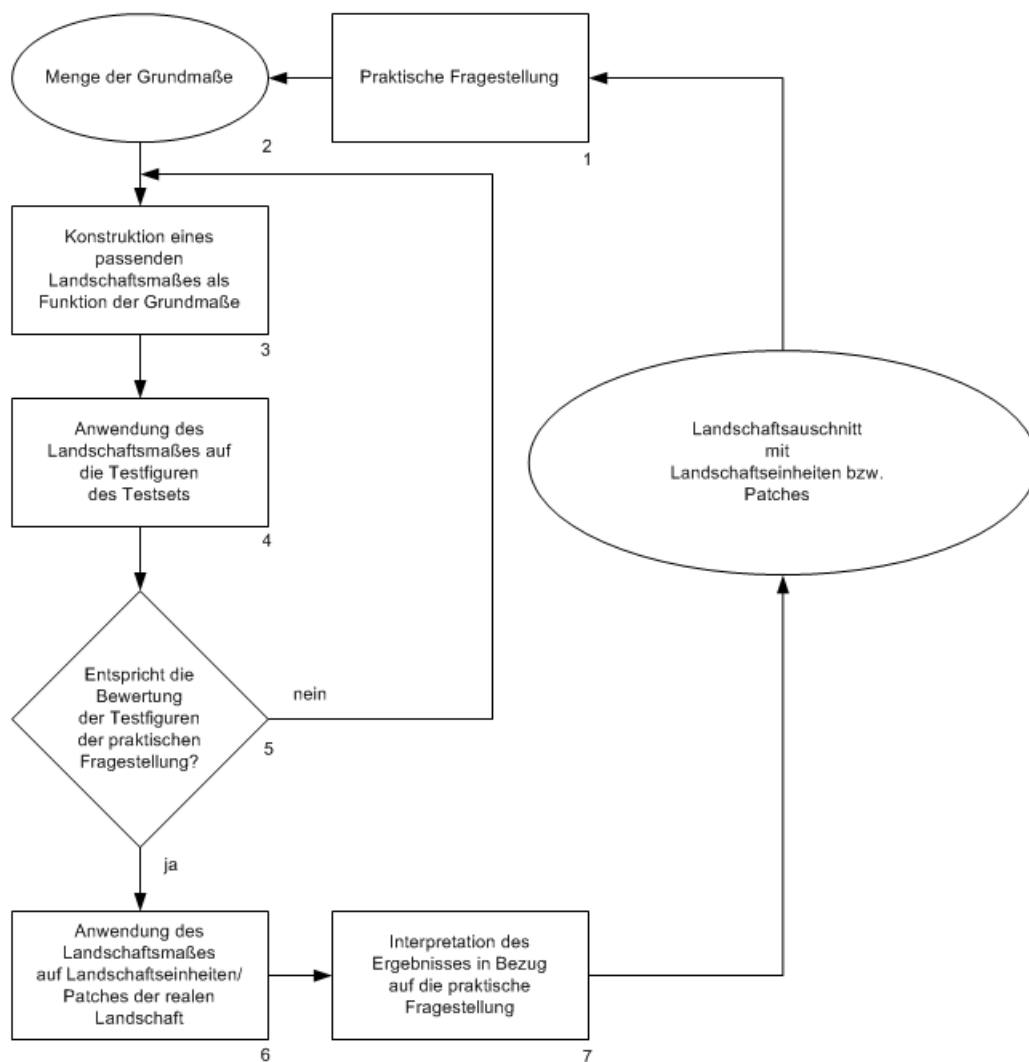


Abb. 4.2: Vorgehensweise bei der Suche nach dem passenden Landschaftsmaß

Prinzipielle Vorgehensweise bei der Konstruktion eines zu einer praktischen Problemstellung passenden Landschaftsmaßes (Abbildung 4.2)

1. Ausgangspunkt ist stets eine praktische Frage-/Problemstellung, die sich auf einen bestimmten Landschaftsausschnitt mit seinen Landschaftseinheiten bzw. Patches bezieht, bei deren Lösung eine geometrisch orientierte Bewertung der Patches durch ein Landschaftsmaß helfen kann. Es sollten auch schon aus der Fachdisziplin theoretisch begründete Vorstellungen darüber existieren, wie die Bewertung in etwa aussehen müsste - d.h. welche geometrischen Eigenschaften im Sinne der praktischen Fragestellung z.B. als günstig bzw. welche als ungünstig einzustufen wären.
2. Es erfolgt eine Auswahl aus der Menge der Grundmaße.
3. Man konstruiert entsprechend der Ausgangsfragestellungen ein Landschaftsmaß als Funktion der Grundmaße. Dabei sind entsprechend des fachspezifischen Hintergrundes die Wichtungen und funktionalen Zusammenhänge für die einzelnen Grundmaße festzulegen.
4. Das so entstandene Landschaftsmaß wird nun auf ein Testset mit abstrakten Figuren angewendet. Es kann das in 3.2.3 vorgestellte Testset oder eine Erweiterung dieser Menge sein, aber auch eine völlig andere Menge von Testfiguren verwendet werden. Besonders wichtig dabei ist, dass es sich um typische, abstrakte Figuren handelt, in denen die für die praktische Fragestellung besonders charakteristischen geometrischen Eigenschaften gut widerspiegelt werden.
5. Nun werden die Ergebnisse der Bewertung für die Testfiguren überprüft. Wenn die Bewertung schon für die Testfiguren nicht im Sinne der praktischen Fragestellung erfolgt, dann sollte das Landschaftsmaß auf jeden Fall verändert werden, da dies eine notwendige Bedingung für eine fachspezifisch korrekte Bewertung ist. In diesem Fall geht man zu Schritt 3 zurück.
6. Wenn die Bewertung für die Testfiguren im Sinne der praktischen Aufgabenstellung korrekt erfolgt ist, dann wird das Landschaftsmaß auf die Landschaftseinheiten bzw. Patches des Landschaftsausschnittes angewendet.
7. Die Ergebnisse der Bewertung der Landschaftseinheiten oder Patches können nun entsprechend der Ausgangsfragestellung interpretiert und damit Rückschlüsse auf die Elemente des realen Landschaftsausschnittes gezogen werden.

Besonderes Augenmerk sollte auf den dritten und vierten Arbeitsschritt gelegt werden, da diese fundamental für den Erfolg der Methodik sind und eng zusammenhängen. Daher sollen im Folgenden noch einige wesentliche Hinweise dazu gegeben werden.

Weitere Hinweise zu Schritt 3 - „Konstruktion eines passenden Landschaftsmaßes als Funktion der Grundmaße“

- Zuerst überprüfe man anhand der praktischen, fachwissenschaftlichen Fragestellung, ob wirklich alle fünf Grundmaße für die Bewertung relevant sind, d.h. wenn es zum Beispiel für diese Frage nicht von Bedeutung ist, „wie dick“ das Patch ist, dann braucht der Inkreisradius nicht berücksichtigt zu werden. Alle nichtrelevanten Grundmaße werden bei der Funktionsbildung nicht berücksichtigt bzw. entsprechend gewichtet.
- Man versuche eine Ordnung in die Wichtung der Grundmaße zu bringen, je nachdem, welche für die Beantwortung der fachwissenschaftlichen Frage welche Bedeutung tragen. Grundmaße, die gleichermaßen bedeutsam sind, werden zunächst gleich gewichtet.
- Für die Auswahl der Funktion sollte man möglichst einfach beginnen. Der Grund dafür liegt in der Interpretierbarkeit. Als Ausgangsformel sei deshalb immer die Grundformel (vgl. 3.4) empfohlen. Bei den Grundmaßen, die nicht berücksichtigt werden sollen, werden die Exponenten 0 gesetzt. Die anderen erhalten als Exponent entsprechende Wichtungsfaktoren. Sollen z.B. die Werte zu einer Fläche ins Verhältnis gesetzt werden, so erhält der Flächenradius einen negativen Exponenten.
- Erst, wenn damit absolut keine Bewertung im Sinne der Fachwissenschaft erreichbar ist, sollte man „kompliziertere“ Funktionen testen. Dazu sollte dann aber möglichst immer der funktionale Zusammenhang fachwissenschaftlich interpretierbar bleiben, d.h. zum Beispiel, dass fachwissenschaftlich erklärbar sein sollte, wieso Zusammenhänge über Logarithmusfunktionen am besten wiedergespiegelt werden.

Weitere Hinweise zu Schritt 4 - „Anwendungen des Landschaftsmaßes auf die Testfiguren des Testsets“

Besonders wichtig für das Testen des im Schritt 3 konstruierten Landschaftsmaßes ist die Verwendung einer geeigneten Menge von Testfiguren.

- Das vorliegende Testset kann verwendet und dazu entsprechend erweitert bzw. ergänzt werden (vgl. Abschnitt 3.2.3 und als Shape-Datei downloadbar unter [61]).
- Die Testfiguren sollten abstrakte Modelle der realen Patches sein, d.h. es sollten möglichst regelmäßige Figuren mit markanten, zusätzlichen Eigenschaften sein, um die Interpretierbarkeit stets zu gewährleisten und die einzelnen Auswirkungen nachvollziehen zu können.
- Viele Figuren im vorliegenden Testset sind so gestaltet, dass sie sich paarweise nur in einem oder zwei Grundmaßen unterscheiden und sich ansonsten möglichst ähnlich

sehen (vgl. Tabelle 3.1). Das erleichtert die fachwissenschaftliche Entscheidung, ob dieser Unterschied bedeutsam ist.

- Wenn zusätzliche Testfiguren konstruiert werden, sollten dabei mehrere Dinge beachtet werden: Man sollte möglichst mindestens zwei sehr ähnliche Figuren konstruieren, die sich nur in der einen fachwissenschaftlich bedeutsamen Eigenschaft unterscheiden und ansonsten fast identisch sind, da sich dann die Wirkung des Landschaftsmaßes besonders gut ablesen lässt. Beispiele werden dafür in Abschnitt 4.3 aufgezeigt.
- Möglichst für alle in Bezug auf die praktische Fragestellung bedeutsamen Objekte sollten abstrakte Testfiguren vorhanden sein.

4.3 Ein Anwendungsbeispiel

Der inhaltliche Hintergrund für die Entwicklung des bereits in dieser Arbeit vorgestellten Landschaftsmaßes wurde schon in Abschnitt 3.1 beschrieben. Die Bewertung der Eignungsräume führte damals auf das Landschaftsmaß Circle Shape Index, das recht komplex mit

$$CSI = \frac{3}{|A|} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy = \frac{3}{\pi r^2} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy$$

berechnet wird und nicht ohne weiteres auf die Grundmaße zurückgeführt werden kann. Dieses Landschaftsmaß wurde multiplikativ mit dem Flächeninhalt verknüpft, um auch der Forderung Rechnung zu tragen, dass mit zunehmender Patchgröße der Einfluss der Form in seiner Bedeutung für die tierökologische Fragestellung abnimmt.

Daher stellt sich nun die Frage, ob für die Lösung des damaligen fachtheoretischen Problems eventuell auch ein Landschaftsmaß auf der Basis der fünf Grundmaße gefunden werden kann. Im Folgenden wird daher, entsprechend der im Abschnitt 4.2 beschriebenen Vorgehensweise, nach einem solchen Maß gesucht.

Bemerkung. Da die Daten des damaligen Untersuchungsraumes leider nicht zur Verfügung stehen, wird hier der Beispielraum verwendet. Natürlich sind das keine „Eignungsflächen“ im Sinne der damaligen Aufgabenstellung, aber für das Beispiel hier soll angenommen werden, dass es sich tatsächlich um solche zu bewertenden, störungsarmen Räume handelt.

Schritt 1 - „Praktische Fragestellung“

Es wurden im Verlaufe des Projektes „Aufgabe und Funktion unzerschnittener, störungsarmer Landschaftsräume für Wirbeltierarten mit großen Raumansprüchen“ (vgl. [14]; [21]; [60]; [59]; [115]) unzerschnittene und störungsarme Gebiete ausgegrenzt.

Dazu sollte dann ihre potentielle Eignung für bestimmte Tierarten untersucht werden. Aus praktischen Gründen wurde dafür die sogenannte Störungskorridormethode

verwendet (vgl. [60]; [59]). „Die unzerschnittenen Räume ergeben sich danach als Komplementärflächen zu Gebieten mit hoher Störintensität. Als solche werden Siedlungsflächen, Straßen und Eisenbahnlinien mit ihren angrenzenden Störungszonen aufgefasst. Diese ‚Störungszonen‘ um die Siedlungen herum werden differenziert nach Siedlungsgrößengruppen ermittelt: [...] Die Störungskorridore um Verkehrswege (ohne Spurplattenwege) betragen für Autobahnen 500 m, für Bundesstraßen 300 m, für Landesstraßen 200 m, für Kreisstraßen 100 m und für Ortsverbindungsstraßen sowie Eisenbahnlinien 50 m jeweils beidseitig der Verkehrsachse. Die Mindestgröße eines störungsfreien Raumes sollte dann 4 km² betragen und eine geeignete Gestalt bzw. Kontur aufweisen, wofür ein Mindestradius von 1 km für den Inkreis verlangt wird.“ ([60], S. 81).

Diese unzerschnittenen Räume sollten hinsichtlich ihrer tierökologischen Eignung für die Projekttierarten untersucht werden. Dazu sollten sie erst einmal hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften bewertet werden: Ungünstige Formen der Nahrungshabitate um einen Bau bzw. ein Nest usw. könnten nach Ansicht der beteiligten Zoologen z.B. dazu führen, dass Verkehrsstraßen häufiger überquert werden müssen, weshalb dann der Brut- und Aufzuchterfolg gemindert werden könnte oder es besonders bei Jungtieren zu größeren Verlusten kommen könnte. Weitere Störungen durch Lärmbelästigungen, Verschmutzungen usw. könnten auch die Jungtieraufzucht negativ beeinflussen. „Optimal für die untersuchten Tierarten wären möglichst große, kreisförmige Areale, da so von einem inneren Punkt aus, dem Mittelpunkt (z.B. als optimaler Horststandort), der Abstand zu allen Zerschneidungsachsen bzw. Siedlungen maximiert werden kann. Das gesuchte Gestaltsmaß muß außerdem sinnvoll mit dem Flächeninhalt kombiniert werden können, da bei großen Arealen die spezifische Wirkung der Gestalt auf die tierischen Lebensräume sinken kann, da oberhalb einer gewissen Mindestgröße trotz einer ungünstigen Form die Störungszonen einfach hinreichend weit entfernt sind.“ ([59], S. 23).

Bemerkung. Wichtig ist es, hieraus die für die weiteren Schritte entscheidenden Fakten zu extrahieren:

1. Mindestgröße aller Patches $A \geq 4 \text{ km}^2$
2. Inkreisradius $r_I \geq 1 \text{ km}$
3. große kreisförmige Areale wären optimal, d.h. hoch zu bewerten
4. Abstand zum Rand soll maximiert werden
5. der Flächeninhalt soll mit zunehmender Größe stärkeren Einfluss als die Form haben.

Schritt 2 - „Menge der Grundmaße“

Es werden hier die fünf bekannten Grundmaße aus 3.3 verwendet: der *Flächenradius* r_A , der *Umfangsradius* r_P , der *Inkreisradius* r_I , der *Umkreisradius* r_O und auch der *Centroidradius* r_C .

Wegen der Problemstellung kann jetzt schon eingeschränkt werden, dass $r_I \geq 1 \text{ km}$ und $r_A \geq 2 \cdot \sqrt{\pi} \text{ km}$ gelten muss. Alle Patches, die wenigstens eine der beiden Relationen nicht erfüllen, werden vor der konkreten Anwendung des Landschaftsmaßes herausgefiltert.

Schritt 3 - „Konstruktion eines passenden Landschaftsmaßes als Funktion der Grundmaße“

Man sucht also ein Maß, das für relativ kleine Patches stärker die Kreisform und für relativ große Patches stärker den Flächeninhalt bevorzugt.

Als einfachste mögliche Funktion wird zunächst die „Grundformel“ gewählt, d.h.

$$L = \alpha \cdot r_A^\beta \cdot r_P^\gamma \cdot r_I^\delta \cdot r_O^\varepsilon \cdot r_C^\eta + K$$

wobei an dieser Stelle α und K erst einmal nicht von Bedeutung sind, da sie eigentlich nur zur besseren Abbildung des Maßes auf ein konkretes Zielintervall nötig sind (vgl. Abschnitt 3.4).

Nun stellt sich die Frage nach den Wichtungsfaktoren:

1. Die Kreisförmigkeit lässt sich prinzipiell auf verschiedene Art und Weise ausdrücken: Eine recht naheliegende Variante wäre, das Verhältnis aus Inkreis- und Umkreisradius zu nehmen, d.h. $\frac{r_I}{r_O}$. Dieses Maß liefert für einen Kreis den Wert 1. Je stärker ein Objekt von der Kreisform abweicht, desto kleiner wird der Wert. Das bedeutet für die Wahl der Exponenten $\delta = 1$ und $\varepsilon = -1$ (vgl. 3.3.6).
2. Wegen des gewünschten stärkeren Einflusses des Flächeninhaltes auf das Maß mit zunehmender Patchgröße muss der Flächenradius auch berücksichtigt werden, d.h. $\beta = 1$.
3. Die anderen Grundmaße scheinen erst einmal nicht nötig zu sein, d.h. $\gamma = 0$ und $\eta = 0$.
4. Daraus ergibt sich dann für das Landschaftsmaß:

$$L_1 = 1 \cdot r_A^1 \cdot r_P^0 \cdot r_I^1 \cdot r_O^{-1} \cdot r_C^0 + 0 = \frac{r_A \cdot r_I}{r_O}$$

Schritt 4 - „Anwendungen des Landschaftsmaßes auf die Testfiguren des Testsets“

Nun soll das Landschaftsmaß aus Schritt 3 auf ein Testset angewendet werden. Dazu wird hier das schon bekannte Testset mit den Figuren 1 bis 24 benutzt. Die Ergebnisse sind z.B. in Tabelle 4.1 und Abbildung 4.3 ersichtlich.

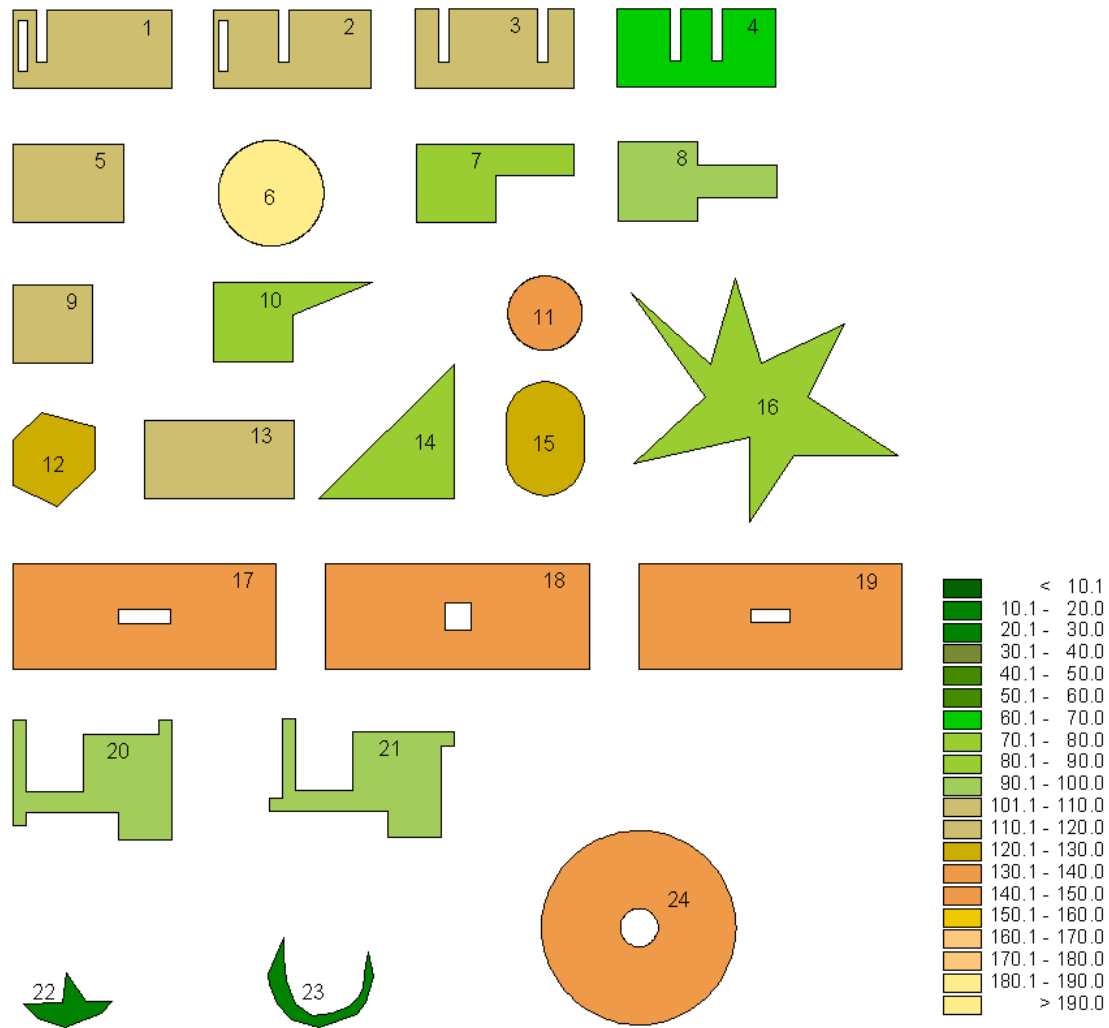


Abb. 4.3: Die Anwendung von L_1 auf die Testfiguren

Schritt 5 - „Entspricht die Bewertung der Testfiguren der praktischen Fragestellung?“

Wie aus der der Abbildung 4.3 und Tabelle 4.1 ersichtlich ist, werden mit dem Landschaftsmaß L_1 manche Figuren nicht so bewertet, wie es die Aufgabenstellung erfordert:

- Die Figuren 1 und 2 werden identisch bewertet, wobei nur ein sehr geringer Unterschied zu Figur 3 besteht.
- Die Figuren 17 und 18 werden identisch bewertet mit einem sehr geringen Unter-

schied zu Figur 19.

- Die Figuren 8, 20 und 21 weisen nur geringe Unterschiede auf.
- Die Figuren 12 und 15 werden nur gering differenziert.
- Die Figur 11 wird fast so hoch wie Figur 24 und höher als die Figuren 17, 18, 19 bewertet.
- Die Figur 6 wird deutlich am höchsten bewertet.

Nun muss entschieden werden, ob diese gleichen bzw. ähnlichen Bewertungen für die praktische Fragestellung Relevanz besitzen. Hier wird also bedeutsam, inwieweit die abstrakten Testfiguren reale, praktisch relevante Problemfälle widerspiegeln.

Das wird im vorliegenden Fall für die Figuren sehr unterschiedlich zu beantworten sein.

Die Figuren 17, 18 und 19 sind tatsächlich sehr ähnlich bzgl. der Fragestellung und es ist keine Relevanz für die praktische Fragestellung erkennbar, diese sollten auch ähnlich oder gleich bewertet werden.

Dass die Figuren 20 und 21 ähnlich bewertet werden, ist sicher im Einklang mit der Fragestellung, jedoch gibt die Ähnlichkeit zu Figur 8 zu denken, da die „dünnen Haken“ bei Figur 20 und 21 praktisch für die Fragestellung ungünstiger erscheinen als die „dicke Nase“ von Figur 8. Das könnte schon ein Anlass zur Änderung des Maßes sein.

Die geringe Differenzierung von Figur 12 und 15 erscheint trotz der völlig unterschiedlichen Form in Bezug auf die Fragestellung in Ordnung zu sein.

Aber die eigentlichen Problemobjekte sind hier die Figuren 1 und 2. Sie stehen für einen störungsfreien Raum. Der Unterschied besteht lediglich in der Lage des „Einschnittes“, der das abstrakte Modell einer Stichstraße sein könnte. Diese sollte aber für tierökologische Belange möglichst weit vom Bau, Nest oder Brutplatz entfernt sein. Das „längliche Loch“ in beiden Flächen steht hier als abstraktes Modell einer kleinen Siedlung. Daraus folgt, dass das Maß so beschaffen sein müsste, dass Figur 1 deutlich besser als Figur 2 bewertet wird, weil bei beiden Figuren zwar der Teil zwischen abstrakter „Stichstraße“ und „Siedlung“ für die tierökologischen Belange praktisch verloren ist, aber in Figur 1 der „nutzbare Restraum“ wesentlich größer wäre. Figur 3 sollte daher auch dahinter eingeordnet werden.

Außerdem spielt der Flächeninhalt eine zu geringe Rolle im Vergleich zu den Anforderungen. Dadurch werden die beiden Kreise, Figur 6 und 11 viel zu hoch bewertet. Der Fragestellung entsprechender wäre jedoch die Rangfolge 24, 19, 18, 17, 6.

Also genügt das bisher gewählte Landschaftsmaß L_1 den praktischen Anforderungen offenbar nicht und die Wiederholung des dritten Schrittes wird erforderlich.

Figur	L_1	L_2	$CSI \cdot r_A^2 \cdot \frac{1}{500}$
1	101,75	30,63	72,17
2	101,75	30,01	60,32
3	101,31	29,30	56,79
4	67,99	19,63	49,99
5	116,40	40,81	68,73
6	200,27	80,35	80,18
7	89,56	28,82	53,65
8	93,41	30,09	54,20
9	119,68	30,40	50,68
10	82,92	24,94	50,99
11	141,06	28,23	39,77
12	126,56	32,45	49,92
13	107,95	48,84	85,33
14	84,28	27,00	60,59
15	127,39	42,93	64,79
16	76,29	31,66	84,96
17	130,85	108,98	138,60
18	130,85	112,38	146,87
19	131,27	113,83	145,37
20	92,49	28,12	59,72
21	91,05	27,24	59,99
22	27,45	1,42	9,49
23	16,59	0,86	6,76
24	144,46	154,26	159,67

Tab. 4.1: Anwendungen der verschiedenen Landschaftsmaße auf die Testfiguren

Schritt 3 a - „Konstruktion eines passenden Landschaftsmaßes als Funktion der Grundmaße“

Nun sind die aufgefallenen Mängel zu beseitigen.

1. Die Kreisförmigkeit scheint für die meisten Figuren vernünftig bewertet worden zu sein, daher sollte der Ausdruck $\frac{r_I}{r_O}$ in der Formel beibehalten werden.
2. Da die Figuren so konstruiert sind, dass sich bzgl. der Grundmaße die Figuren 1 und 2 nur im *Centroidradius* r_C unterscheiden, muss dieser unbedingt in das Landschaftsmaß integriert werden. Da dieses Grundmaß ja nur zur Differenzierung weniger Flächen herangezogen werden soll, muss genauer berücksichtigt werden, wie der entscheidende, praktisch relevante Unterschied damit ausgedrückt werden

kann. Für die Tatsache, dass der „nutzbare Restraum“ stärker zu wichten ist, steht das Verhältnis aus *Centroidradius* r_C und *Umkreisradius* r_O , d.h. in das Maß sollte $\frac{r_C}{r_O}$ multiplikativ eingefügt werden. Je unsymmetrischer der Raum ist, desto höher soll er hier bewertet werden (vgl. 3.3.6).

3. Die Unterscheidung der Figuren 21 und 20 von der Figur 8 lässt sich nur über das Verhältnis von *Flächenradius* r_A und *Umfangsradius* r_P regeln, da sich alle anderen Parameter bei diesen Figuren zu ähnlich sind. Da kompaktere Flächen aus den genannten tierökologischen Gründen zu bevorzugen sind, sollte in das Maß multiplikativ $\frac{r_A}{r_P}$ eingefügt werden (vgl. 3.3.6).
4. Um dem Flächeninhalt ein noch stärkeres Gewicht zukommen zu lassen, wird der *Flächenradius* r_A noch einmal zusätzlich kubisch multipliziert, d.h. anstatt r_A^1 wird dafür nun r_A^3 zusätzlich heranmultipliziert. Man könnte auch schrittweise erst einmal r_A^2 nehmen.
5. Aus Skalierungsgründen (Vergleichbarkeit mit L_1) wird $\alpha = 10^{-5}$ gesetzt, da die Ergebnisse wegen der starken Wichtung der Flächenradien sonst sehr groß werden würden.

Daraus ergibt sich nun als Formel für das Landschaftsmaß:

$$L_2 = 10^{-5} \cdot r_A^4 \cdot r_P^{-1} \cdot r_I^1 \cdot r_O^{-2} \cdot r_C^1 + 0 = 10^{-5} \cdot \frac{r_A^4 \cdot r_I \cdot r_C}{r_P \cdot r_O^2}$$

Schritt 4 a - „Anwendungen des Landschaftsmaßes auf die Testfiguren des Testsets“

Die Ergebnisse der erneuten Bewertung, dieses mal mit L_2 kann der Tabelle 4.1 und der Abbildung 4.4 entnommen werden.

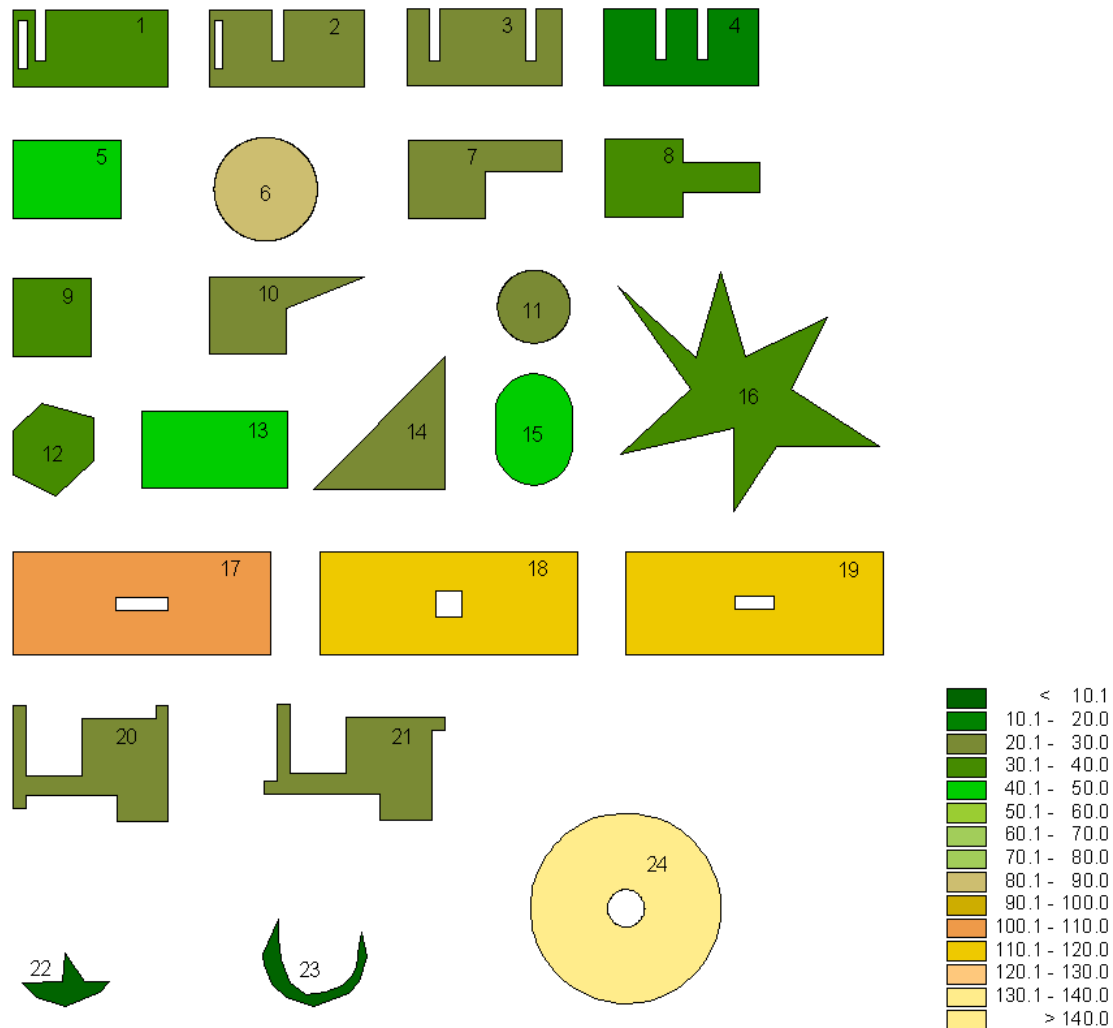


Abb. 4.4: Die Anwendung von $L_2 = 10^{-5} \cdot \frac{r_A^4 \cdot r_I \cdot r_C}{r_P \cdot r_O^2}$ auf die Testfiguren

Schritt 5 a - „Entspricht die Bewertung der Testfiguren der praktischen Fragestellung?“

In den Ergebnissen wird sichtbar, dass die Bewertung mit dem Landschaftsmaß L_2 alle Vorgaben erfüllt hat:

Alle Figuren werden unterschiedlich bewertet. Ab einer gewissen Größe wird der Flächeninhalt so stark gewichtet, dass die Figuren 24, 19, 18, 17 am höchsten bewertet werden. Bei kleineren Objekten geht die Gestalt offensichtlich stärker ein. Figur 1 ist, wie gefordert, besser als 2 und 3 bewertet worden. Die Figuren 8 und 7 wurden höher als

20 und 21 bewertet, was auch gewünscht wurde.

Bemerkung. Diese Formel mag zwar relativ komplex anmuten, ist aber für den Praktiker sicherlich verständlicher als der CSI.

Schritt 6 - „Anwendung des Landschaftsmaßes auf Landschaftseinheiten oder Patches der realen Landschaft“

Nun wird dieses Maß auf die Patches des Untersuchungsraum angewendet, wobei vorher noch entsprechend der Vorgaben, alle Objekte mit $r_I < 1\text{ km}$ und $r_A < 2 \cdot \sqrt{\pi}\text{ km}$ herausgefiltert werden müssen.

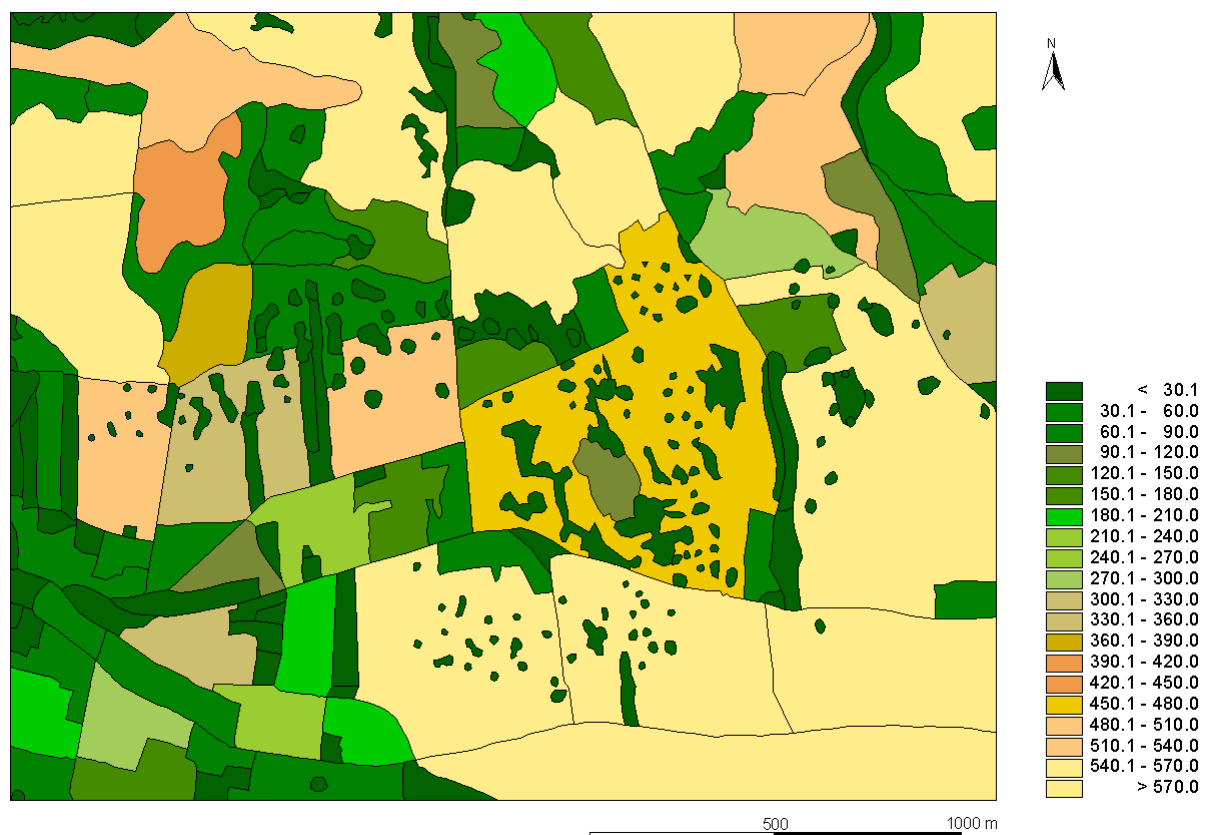


Abb. 4.5: Die Anwendung von $L_2 = 10^{-3} \cdot \frac{r_A^4 \cdot r_I \cdot r_C}{r_P \cdot r_O^2}$ auf die Patches des Untersuchungsraumes

Bemerkung. Der hier verwendete Beispieluntersuchungsraum ist für diese konkrete Aufgabenstellung viel zu klein, da seine Gesamtfläche weniger als 4 km^2 beträgt und somit

ausgeschlossen werden würde. Außerdem müssten vorher noch die Störungskorridore bestimmt werden, um die Eignungsverdachtsflächen zu erhalten, das würde die zu untersuchenden Flächen weiterhin deutlich verkleinern. Daher sind die realen Anwendungsgebiete dieser Fragestellungen sehr viel größer.

Da aber die Landschaftselemente des Beispielraumes zu realen Patches gewisse Ähnlichkeiten aufweisen, wurden die Maße für die Patches zu Illustrationszwecken trotzdem berechnet und in Abbildung 4.5 dargestellt. Der Skalierungsfaktor wurde dabei angepasst.

Schritt 7 - „Interpretation des Ergebnisses in Bezug auf die praktische Fragestellung“

In diesem Schritt würden nun die konkreten Schlussfolgerungen aus der Bewertung für die einzelnen Landschaftselemente erfolgen. Da der Untersuchungsraum hier nur als fiktives Beispiel gewählt wurde, entfällt die Diskussion an dieser Stelle.

Vergleich des Landschaftsmaßes L_2 mit dem Circle Shape Index CSI

Für die gleiche praktische Problemstellung wurden nun zwei verschiedene Landschaftsmaße konstruiert:

der Circle Shape Index

$$CSI = \frac{3}{|A|} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy = \frac{3}{\pi r^2} \cdot \iint_A \frac{\rho(x,y)}{r} dx dy ,$$

der noch mit dem Flächeninhalt multipliziert werden musste, da er selbst nur die Form eines Patches beschreibt und das soeben konstruierte, auf die Grundformel zurückgeführte Maß

$$L_2 = 10^{-5} \cdot r_A^4 \cdot r_P^{-1} \cdot r_I^1 \cdot r_O^{-2} \cdot r_C^1 + 0 = 10^{-5} \cdot \frac{r_A^4 \cdot r_I \cdot r_C}{r_P \cdot r_O^2}.$$

Beide Ergebnisse sind zur besseren Vergleichbarkeit für die Testfiguren in Tabelle 4.1 gegenübergestellt, wobei der CSI zur Berücksichtigung der Flächen mit r_A^2 multipliziert und zur besseren Vergleichbarkeit dann mit $\frac{1}{5} \cdot 10^{-2}$ skaliert wurde.

Für den CSI sind die Testfiguren mit diesen Ergänzungen auch noch einmal in Abbildung 4.6 dargestellt.

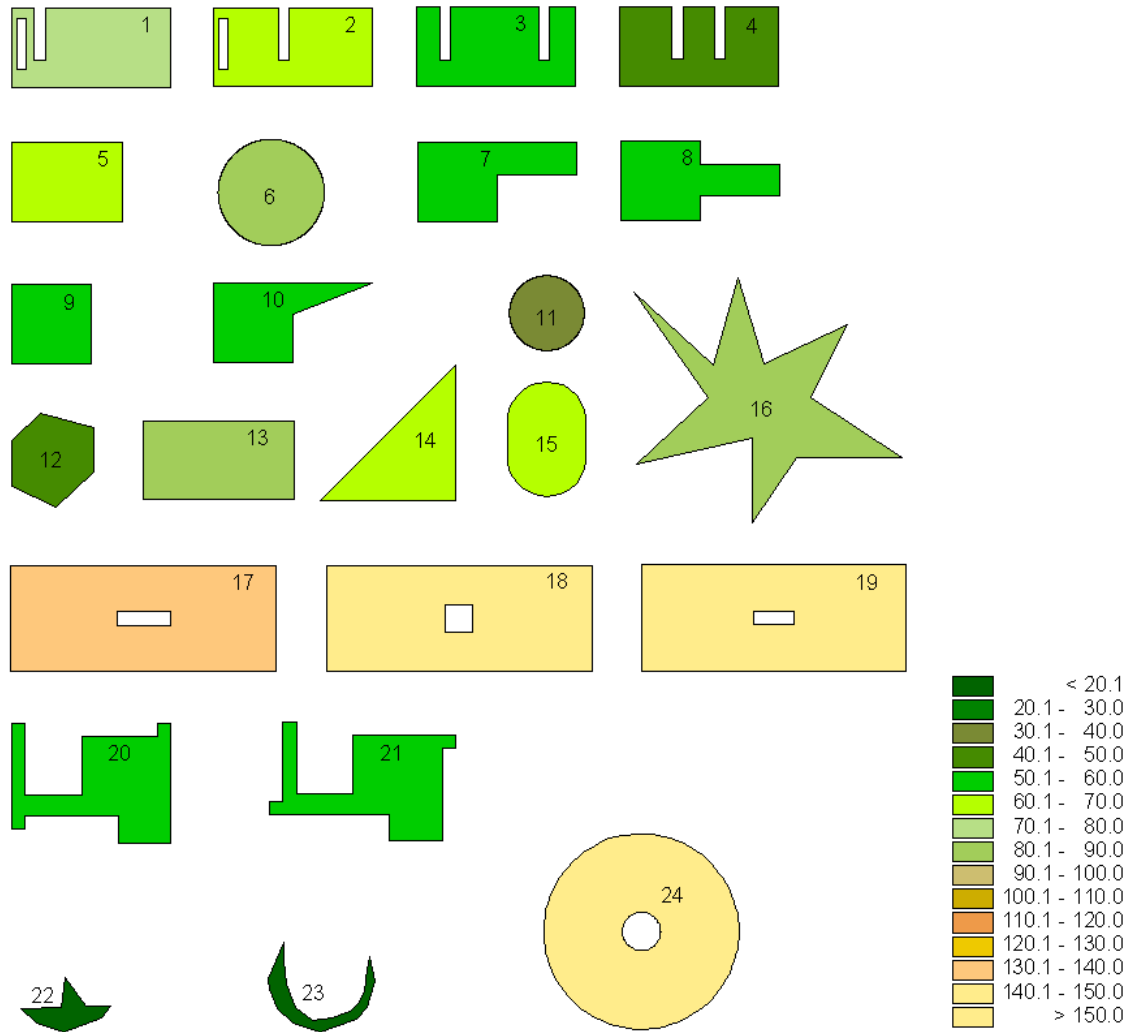


Abb. 4.6: Die Anwendung des modifizierten Circle Shape Index $CSI \cdot r_A^2 \cdot \frac{1}{500}$ auf die Testfiguren

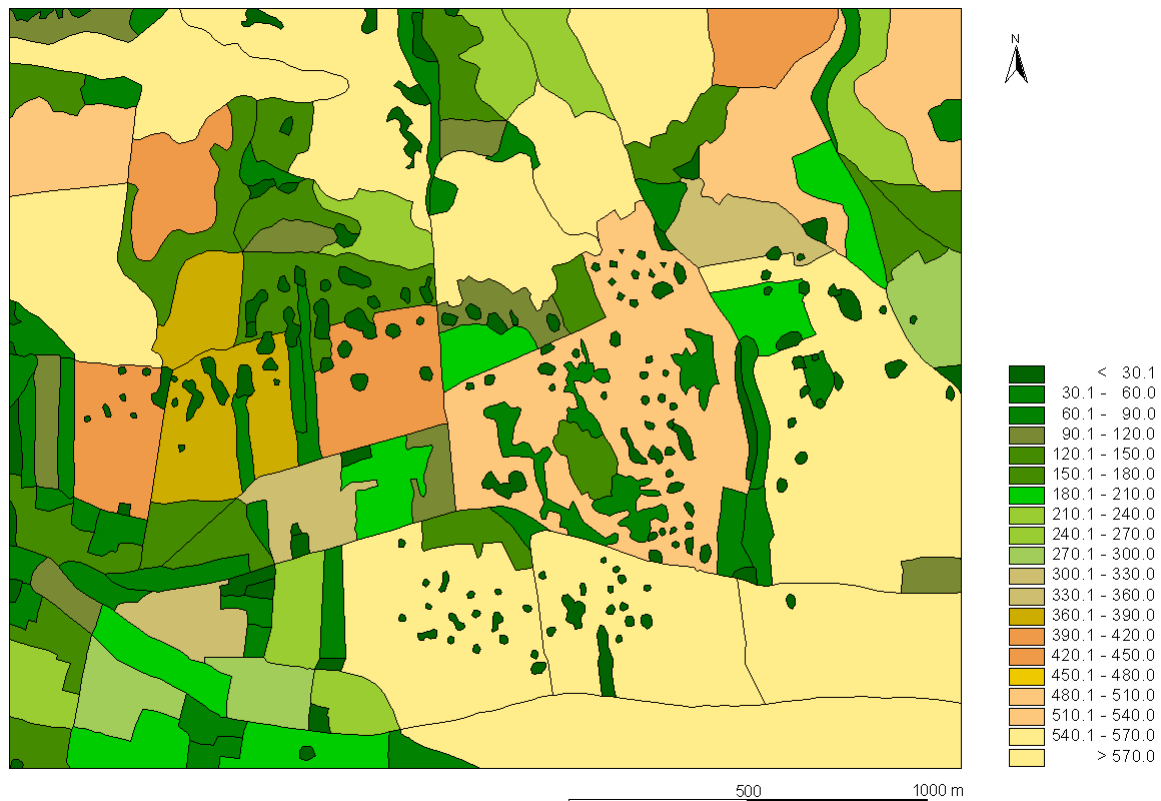


Abb. 4.7: Die Anwendung des modifizierten $CSI \cdot r_A^2 \cdot \frac{1}{20}$ auf die Patches im Untersuchungsraum

Vergleicht man beide Landschaftsmaße für das Testset, so erfüllen beide alle oben gestellten Forderungen der praktischen Aufgabenstellungen. Dementsprechend könnte der CSI bei der Bewertung der Patches hinsichtlich der gestellten Forderungen durch das Landschaftsmaß L_2 ersetzt werden.

Es gibt jedoch Unterschiede hinsichtlich der Bewertungen von einigen Testfiguren, d.h. einige geometrische Unterschiede der Testfiguren werden von den Landschaftsmaßen anders gewichtet. Folglich würde dasselbe Phänomen auch mit hoher Wahrscheinlichkeit bei den Patches des Untersuchungsraumes auftreten, was in den Abbildungen 4.5 und 4.6 bereits sichtbar wird. Der Skalierungsfaktor α wurde bei beiden Maßen für die bessere Vergleichbarkeit angepasst.

Der CSI beurteilt die „Kreisförmigkeit“ im Sinne eines statistischen Versuches. Ob dieser Kreisförmigkeitsbegriff wirklich der Intention der tierökologischen Fragestellung besser entspricht als die sukzessive Vorgehensweise, die zu L_2 führte, kann und sollte nur vom Fachwissenschaftler entschieden werden. Diese Interpretation für die praktische

Fragestellung, d.h. die Frage, ob die Unterschiede bei der Bewertung aus fachwissenschaftlicher Sicht relevant oder für tierökologische Fragestellungen belanglos sind, ist eine Frage, die an dieser Stelle offen bleiben muss.

Der Fachwissenschaftler sollte nun anhand von inhaltlichen Überlegungen z.B. auch unter Zuhilfenahme neuer Testfiguren überprüfen, welches Maß seine inhaltliche Problemstellung besser widerspiegelt.

Dabei kommt dann auch ein wichtiger Vorteil des hier konstruierten Maßes zum Tragen: Es ist wegen seiner Konstruktion aus den klar interpretierbaren Grundmaßen selbst wieder gut interpretierbar und kann daher auch bei Bedarf relativ leicht sukzessive modifiziert werden, bis die inhaltliche Problemstellung adäquat abgebildet wird.

Ähnliche Vorgehensweisen sind bei verhältnismäßig komplizierten Maßen wie dem *CSI* zwar möglich, aber deutlich schwieriger realisierbar.

Daher sollte aus Sicht des Autors in solchen Fällen möglichst das einfachere Landschaftsmaß bevorzugt werden.

5 Zusammenfassung und Einordnung der Arbeit

5.1 Zusammenfassung der Arbeit

Um die vorliegende Theorie der Landschaftsmaße zu entwickeln, wurden mehrere Schritte ausgeführt:

- Es musste die historische Entwicklung dargestellt werden, um zu verstehen, warum bestimmte mathematische Ansätze in diesem Segment nicht weiter verfolgt wurden und wie es zu dieser Häufung der Maße in den letzten Jahrzehnten kam.
- Die für eine solche Theorie nötige Begriffswelt musste gerade im Hinblick auf die späteren praktischen Anwendungen spezifiziert werden. Dazu wurden die Grundbegriffe, die für diese Arbeit relevant sind, aus der Landschaftsökologie betrachtet, die Datengrundlage reflektiert und die Menge der betrachteten Objekte definiert. Zu den wesentlichen Spezifikationen gehörte die genaue Festlegung der Betrachtungsebene und damit die Beschränkung der Maße auf diejenigen, welche die geometrischen Eigenschaften einzelner Landschaftselemente widerspiegeln und dann im Sinne der Arbeit als „Landschaftsmaße“ bezeichnet werden.
- Da es am besten ist, eine Theorie von einer relativ elementaren, klaren und eindeutigen Basis aus zu entwickeln, wurde als Erstes die Vorgehensweise für deren Aufbau definiert. Die Festlegung notwendiger Grundeigenschaften für die Basiselemente in Hinblick auf ihre spätere Anwendbarkeit war daher der nächste Schritt. Dabei spielten sowohl die mathematisch als auch die fachwissenschaftlich relevanten Merkmale eine besondere Rolle. Diese Eigenschaften waren: Existenz, Eindeutigkeit, Dimension, Unabhängigkeit, Richtungsinvarianz, Berechenbarkeit und Stetigkeit bzgl. Maßstabsänderungen und Generalisierung.
- Fünf Grundmaße konnten gefunden werden: *Flächenradius* r_A , *Umfangsradius* r_P , *Inkreisradius* r_I , *Umkreisradius* r_O und *Centroidradius* r_C , bei denen die Erfüllung aller Eigenschaften jeweils nachgewiesen wurde. Die Visualisierung dieser Grundmaße erfolgte jeweils an einem Testset von Figuren mit besonderen Eigenschaften und an einem praktischen Beispielraum.

- Die Untersuchung der Beziehungen dieser Grundmaße zu bestehenden Landschaftsmaßen, historischer oder aktueller Art, erfolgte dann. Eine große Anzahl dieser Maße ließ sich relativ leicht auf die Grundmaße zurückführen, weshalb eine Interpretierbarkeit in Bezug auf diese gewährleistet ist. Redundanzen zwischen den Maßen oder auch spezielle Eigenschaften konnten dadurch transparent gemacht werden. Ein Beispiel für ein komplexeres Maß, das aber auch aus den fünf Grundmaßen hergeleitet werden kann, wurde intensiver erläutert.
- Eine theoretische Erläuterung und ein anschließendes Beispiel für die Vorgehensweise bei der Konstruktion eines Landschaftsmaßes als Funktion der Grundmaße sollte dem Anwender die praktische Nutzung der Theorie, über das Verständnis der Zusammenhänge der bekannten Maße hinaus, aufzeigen.

5.2 Ausblick

Die Ergebnisse der Arbeit bilden eine Grundlage, auf der ein theoretischer Aufbau einer umfassenderen Theorie der Landschafts- und Landschaftsstrukturmaße erfolgen könnte. Dazu wären aus Sicht des Autors folgende Erweiterungen denkbar:

5.2.1 Konstruktion von neuen, anwendungsspezifischen Landschaftsmaßen

Die vorgestellte Theorie der Landschaftsmaße ist offen für Erweiterungen.

Die Arbeit eröffnet neue Perspektiven für die Anwender, auf der Basis von Grundmaßen spezifische Landschaftsmaße zu konstruieren. Die bei einer solchen Konstruktion genutzten, funktionalen Zusammenhänge müssen stets fachspezifisch interpretierbar bleiben. Die Interpretation der Grundmaße an sich ist dabei gegeben. Daher sollten auch immer möglichst einfache, leicht interpretierbare, funktionale Zusammenhänge bevorzugt werden. Die Verwendung der Grundformel ist dafür in keiner Weise notwendig. Sie ist gerade wegen ihrer leichten Interpretierbarkeit für den Einstieg und sicher für viele praktische Fragestellungen hilfreich. Ansonsten setzt die Theorie für die Wahl der Funktion keine Grenzen.

Es kann natürlich passieren, dass die Menge der fünf hier vorgestellten Grundmaße für die praktischen Bedürfnisse nicht hinreichend ist. Sie könnten dann durch andere substituiert werden, oder neue, zusätzliche Grundmaße müssten hinzugenommen werden. Sofern diese anderen Grundmaße die im Abschnitt 3.2.1 genannten Eigenschaften, wie Existenz, Eindeutigkeit, Dimension, Unabhängigkeit, Richtungsinvarianz, Berechenbarkeit, Stetigkeit bzgl. Maßstabsänderungen und Generalisierung erfüllen und in Bezug auf die übrigen, in der Menge verbliebenen Grundmaße redundanzfrei sind, können sie völlig unproblematisch in das theoretische Gebäude dieser Arbeit integriert werden. Besonders wichtig bleibt aber auch hierbei die Interpretierbarkeit.

5.2.2 Dreidimensionale Erweiterung der Grundmaße für Landschaftsmaße auf dem Patch-Level

Die Menge der Grundmaße könnte in Richtung der dreidimensionalen Landschaftsmaße (vgl. z.B. [54]) erweitert bzw. entsprechend modifiziert werden. Denkbar wäre dazu die Bezugnahme auf eine einbeschriebene Kugel- oder Ellipsoidoberfläche (Ein Geoid-Bezug könnte zu kompliziert werden.). Dazu würden die Bezugsradien auf diese Oberfläche bezogen werden. Auch Höhenparameter, die auf ein Höhenniveau bezogen werden, wären integrierbar. Eine Analogie zu der im ebenen Fall durchgeführten, prinzipiellen Vorgehensweise wäre grundsätzlich denkbar.

5.2.3 Verknüpfung der Grundmaße mit den anderen Maßen des Patch-Levels

Vorstellbar wäre es, für die Kernflächenmaße und die topologischen Maße auf dem Patch-Level, die ja schon strukturelle Eigenschaften beschreiben und daher eher den anderen Ebenen zugeordnet werden sollten (vgl. 2.1), auch Basismaße nach analogen Kriterien zu schaffen.

Die Kernflächenmaße wie „Anzahl der Kernflächen“ oder der „Kernflächenindex“, der auch auf einen Radius bezogen werden könnte, ließen sich dann zumindest auf dem Class-Level mit den Grundmaßen statistisch verknüpfen.

Bei den topologischen Maßen, die die Lagebeziehungen und die Nachbarschaft beschreiben, sieht es auf den ersten Blick so aus, als ob die Distanz zum nächsten Nachbarn unproblematisch mit den Grundmaßen verknüpfbar wäre. Aber die Existenz bzw. Nichtexistenz ist dann gesondert zu diskutieren, denn es könnte ja der Fall eintreten, dass kein Nachbar im Untersuchungsgebiet vorhanden ist. Außerdem wäre der Begriff der Nachbarschaft eindeutig zu spezifizieren. Die anderen Maße sollten dann auch möglichst auf entsprechende Basismaße der mathematischen Topologie zurückführbar sein.

Die Kontrastmaße fallen aus Sicht des Autors dabei eher in die Kategorie der nicht-geometrischen Bewertungen und könnten daher mit großer Wahrscheinlichkeit unproblematisch mit den Grundmaßen verknüpft werden.

5.2.4 Erweiterungsmöglichkeiten für die beiden anderen Betrachtungsebenen, die Maße des Class- und Landscape-Level

Die Menge der Grundmaße kann auch für die Nutzung in den anderen beiden Niveaustufen (vgl. 2.3.3) herangezogen werden. Die Abbildung 4.1 gibt dafür bereits Beispiele (vgl. 4).

Sicherlich ist es auf diese gezeigte Weise für die Betrachtungsebene des Class-Level kein Problem, diese Ebene in Einklang mit der vorgestellten Theorie zu bringen.

Der nun bedeutende Vorteil bei der statistischen Verknüpfung der Grundmaße selbst bzw. der daraus konstruierten Landschaftsmaße mit anderen Merkmalen der Patches auf Klassenebene besteht vor allem darin, dass die Grundmaße und auch die daraus, nach

den Empfehlungen des Autors, funktional hergeleiteten Landschaftsmaße die inhaltlichen Fragestellungen besser abbilden und dass wegen der Redundanzfreiheit genau ersichtlich sein sollte, wie jede einzelne Eigenschaft in das resultierende Landschaftsmaß eingegangen ist.

Für die Landschaftsstrukturmaße, sofern sie nicht selbst als Funktionen der Grundmaße aufgefasst werden können, sollte dann möglichst auch versucht werden, analoge Basisstrukturen zu schaffen, um den Anwendern besser interpretierbare Bewertungsergebnisse zu ermöglichen.

5.3 Fazit

Die vorliegende Theorie der Landschaftsmaße bildet eine mögliche Basis für ein umfassendes, theoretisches Gebäude der Messung und Bewertung von Landschaftseinheiten.

Das hergeleitete System der redundanzfreien Grundmaße eröffnet wegen seiner Eigenschaften jedoch schon jetzt eine Reihe von praktischen Anwendungsmöglichkeiten.

So können interpretierbare Landschaftsmaße als Abbildung landschaftsökologischer Fragestellungen relativ einfach vom Anwender selbst aus den Grundmaßen erzeugt werden.

Dabei konnte auch die Praktikabilität von konstruierten, abstrakten geometrischen Figuren für das bessere Verständnis der Wirkung der einzelnen Grundmaße bezüglich der Bewertung von Raumeinheiten verdeutlicht werden.

Außerdem sind viele bereits bekannte und verwendete Landschaftsmaße auf diese Grundmaße zurückführbar, wodurch sowohl die Wirkung der elementaren und der funktionalen Bestandteile leichter interpretiert werden kann, d.h. die Wichtung und die Art des funktionalen Zusammenhangs der einzelnen Grundmaße wird explizit deutlich.

Die Theorie ist selbst auf dieser Ebene schon in zwei Hinsichten offen, es können neue bzw. andere Grundmaße unter Beachtung der Eigenschaften hinzugenommen werden und die Art der funktionalen Verknüpfung ist wählbar.

Der Autor hofft mit dieser Arbeit, neben einem Anstoß für weitere theoretische Entwicklungen in diesem Bereich, insbesondere auch dem Anwender neue Möglichkeiten zum einfacheren, aber korrekten, praktischen Umgang mit Landschaftsmaßen eröffnet zu haben.

Literaturverzeichnis

- [1] ABLER, R. ; ADAMS, J. S. ; GOULD, P. : *Spatial Organization. The Geographer's View of the World*. Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs. N.J., 1971.
- [2] AL-BIRUNI: *In den Gärten der Wissenschaft. Ausgewählte Texte aus den Werken des muslimischen Universalgelehrten. Übersetzt und erläutert von Gotthard Strohmaier*. Reclams Universal-Bibliothek Band 1228. Philipp Reclam jun. Leipzig, 1988.
- [3] ALBRECHT, J. : Semantic Net of Universal Elementary GIS Functions. In: Proceedings, Twelfth International Symposium on Computer-Assisted Cartography (Auto-Carto 12), Charlotte, NC., 1995/2008. <http://mapcontext.com/autocarto/proceedings/auto-carto-12/pdf/pages245-254.pdf>. – Abrufdatum: 19.11.2014.
- [4] ALBRECHT, J. ; BRÖSAMLE, H. ; EHLERS, M. : VGIS - a Graphical Front-End for User-Oriented Analytical GIS Operations. In: International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing. Vol. XXXI Part B2. Wien, 1996.
- [5] ARCHIMEDES: Auszug aus "Über den Schwerpunkt ebener Flächen"(um 250 v.C.). Übersetzung und mit Anmerkungen von Arthur Czwalina-Allenstein. In: Oswalds Klassiker der exakten Wissenschaften. Leipzig, 1923. https://www.uni-due.de/imperia/md/content/didmath/ag_jahnke/archimedes.pdf. – Abrufdatum: 17.11.2014.
- [6] AURADA, K. D.: Angewandte Geographie = Geographie kooperativer Systeme. In: Kooperation und Integration. Beiträge zum 16. Kolloquium Theorie und quantitative Methoden in der Geographie. Gemeinsame Tagung der Arbeitskreise AK Theorie und Quantitative Methoden in der Geographie und AK Geographische Informationssysteme in der Deutschen Gesellschaft für Geographie (DGfG). Greifswalder Geographische Arbeiten. Nr. 39. Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, 2006. S. 15-24.
- [7] AURADA, K. D. (Hrsg.): *Beiträge des 10. Kolloquiums für Theorie und quantitative Methoden in der Geographie (Göhren auf Rügen, 23.-26.02.1994)*. In: Greifswalder Geographische Arbeiten. Nr. 11. Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald. 1994.

- [8] AURADA, K. D.: Zur Anwendung des systemtheoretischen Kalküls in der Geographie. In: Petermanns Geographische Mitteilungen. Nr. 4. VEB Hermann Haack. Geographisch-Kartographische Verlagsanstalt Gotha, 1982. S. 241-250.
- [9] BACKÉ, B. (Hrsg.) ; SEGER, M. (Hrsg.): *Berichte des Symposiums des Arbeitskreises: "Theorie und Quantitative Methodik in der Geographie" vom 24.2. bis 28.2.1981 in Klagenfurt*. In: Klagenfurter Geographische Schriften. Heft 2. Selbstverlag des Instituts für Geographie der Universität für Bildungswissenschaften Klagenfurt, 1981.
- [10] BAHRENBURG, G. (Hrsg.) ; FISCHER, M. M. (Hrsg.): *Theoretical and Quantitative Geography. Proceedings of the Third European Colloquium held at Augsburg, 13th-17th September 1982*. In: Bremer Beiträge zur Geographie und Raumplanung. Heft 8. Universität Bremen, 1986.
- [11] BAHRENBURG, G. ; GIESE, E. ; NIPPER, J. : *Statistische Methoden in der Geographie. Band 1. Univariate und bivariate Statistik*. B. G. Teubner. Stuttgart, 1990.
- [12] BAHRENBURG, G. ; GIESE, E. ; NIPPER, J. : *Statistische Methoden in der Geographie. Band 2. Multivariate Statistik*. B. G. Teubner. Stuttgart, 1992.
- [13] BAHRENBURG, G. (Hrsg.) ; STREIT, U. (Hrsg.): *German Quantitative Geography. Papers presented at the 2nd European Conference on 'Theoretical and Quantitative Geography' in Cambridge 1980*. In: Münsterische Geographische Arbeiten. Heft 11. Ferdinand Schöning. Paderborn, 1981.
- [14] BAIER, H. (Hrsg.) ; ERDMANN, F. (Hrsg.) ; HOLZ, R. (Hrsg.) ; WATERSTRAAT, A. (Hrsg.): *Freiraum und Naturschutz. Die Wirkungen von Störungen und Zerschneidungen in der Landschaft*. Springer Verlag. Berlin-Heidelberg-New York, 2006.
- [15] BARTELS, D. : *Zur wissenschaftstheoretischen Grundlegung einer Geographie des Menschen*. Franz Steiner Verlag GmbH. Wiesbaden, 1968.
- [16] BARTELS, D. (Hrsg.): *Wirtschafts- und Sozialgeographie*. Kiepenheuer & Witsch. Köln -Berlin, 1970.
- [17] BENNETT, R. J. (Hrsg.): *European Progress in Spatial Analysis*. Pion Limited. London, 1981.
- [18] BERRY, B. J. L.: Die wechselseitige Abhängigkeit zwischen Bewegungen im Raum und räumlichen Strukturen. Zur Grundlegung einer allgemeinen Feldtheorie. In: Zeitschrift für Wirtschaftsgeographie. Nr. 59. Pick Verlag. Hagen, 1971. S. 82-100.

- [19] BERRY, B. J. L. (Hrsg.) ; MARBLE, D. F. (Hrsg.): *Spatial Analysis. A Reader in Statistical Geography*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs. N.J., 1968.
- [20] BILLWITZ, K. : *Landschaftslehre. Vorlesungsgliederung und Studienhilfen*. In: Greifswalder physisch-geographische Studienmaterialien 1. Greifswald, 1982.
- [21] BILLWITZ, K. ; HOFFMANN, S. ; JANN, U. ; JANZEN, K. ; KAPPLER, O. ; KROSCHIEWSKI, T. ; NEUMANN, B. ; PETERS-OSTENBERG, E. ; WEISS, W. : Bewertung von unterschiedlich dimensionierten Landschaftsräumen hinsichtlich ihres Zerschneidungs- und Störungspotentials auf der Grundlage von kartometrischen und Landnutzungsdaten sowie weiterer sozialräumlicher Einflüsse. In: Die Bedeutung unzerschnittener, störungsarmer Landschaftsräume für Wirbeltierarten mit großen Raumansprüchen - ein Forschungsprojekt. Schriftenreihe des Landesamtes für Umwelt und Natur Mecklenburg-Vorpommern 1. Güstrow-Gülzow, 1996. S. 25-34.
- [22] BLASCHKE, T. : Quantifizierung der Struktur einer Landschaft mit GIS: Potential und Probleme. In: Walz, U. (Hrsg.): Erfassung und Bewertung der Landschaftsstruktur - Auswertung mit GIS und Fernerkundung - IÖR-Schriften Dresden. Band 29. 1999. S. 9 - 25.
- [23] BORG, E. ; BARUTH, B. ; FICHTELMANN, B. : Methoden und Verfahren der Fernerkundung für die Landschaftsplanung. In: Publikationen der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung. Nr. 7. 1999. S. 325-332.
- [24] BOSCH, W. : A Procedure for Quantifying Certain Geomorphological Features. In: Geographical Analysis. Nr. 10-3. 1978. S. 241-247. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1538-4632.1978.tb00653.x/pdf>. – Abrufdatum: 16.11.2014.
- [25] BOTEQUILHA LEITAO, A. ; MILLER, J. ; AHERN, J. ; MCGARIGAL, K. : *Measuring Landscapes. A Planner's Handbook*. Islandpress. Washington, Covelo, London, 2006.
- [26] BRAUN, G. (Hrsg.) ; SCHWARZ, R. (Hrsg.): *Theorie und Quantitative Methodik in der Geographie. Tagungsband 1988 des Arbeitskreises "Theorie und Quantitative Methodik in der Geographie"*. In: METAR Heft 14. Selbstverlag des Arbeitsbereichs Stadtforschung (TEAS) an der Freien Universität Berlin, 1989.
- [27] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H. : *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch. Frankfurt am Main, Thun, 1997.
- [28] BUNGE, W. : *Theoretical Geography*. Bd. 1. In: Nordbeck, S. (Hrsg.): Lund Studies in Geography. Ser. C. General and Mathematical Geography 2nd ed. C. W. K. Gleerup, Publishers. Lund, 1966.

- [29] BURTON, I. : Quantitative Revolution und Theoretische Geographie. In: Bartels, D. (Hrsg.): Wirtschafts- und Sozialgeographie. Köln und Berlin, 1970. S. 95-109.
- [30] CHORLEY, R. (Hrsg.) ; HAGGETT, P. (Hrsg.): *Models in Geography*. Methuen & Co Ltd. London, 1967.
- [31] CHRISMAN, N. R.: The Error Component in Spatial Data. In: Maguire, D. J. (Hrsg.); Goodchild, M, F. (Hrsg.); Rhind, D. W. (Hrsg.): Geographical Information Systems. Vol. 1. Principles. Longman Scientific and Technical, Longman Group Ltd. Essex, 1994. S. 165-174.
- [32] CHRISTALLER, W. : Wie ich zur Theorie der zentralen Orte gekommen bin. Ein Bericht, wie eine Theorie entstehen kann, und in meinem Fall entstanden ist. In: Geographische Zeitschrift. Nr. 56 (2). 1968. S. 88-101.
- [33] CHRISTALLER, W. : *Die zentralen Orte in Süddeutschland. Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeit der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen*. Verlag von Gustav Fischer. Jena, 1933.
- [34] COLE, J. P. ; KING, C. A. M.: *Quantitative Geography. Techniques and Theories in Geography*. John Wiley & Sons Ltd. London, New York, Sydney, 1968.
- [35] COPPOCK, J. T. ; RHIND, D. W.: The History of GIS. In: Maguire, D. J. (Hrsg.); Goodchild, M, F. (Hrsg.); Rhind, D. W. (Hrsg.): Geographical Information Systems. Vol. 1. Principles. Longman Scientific and Technical, Longman Group Ltd. Essex, 1994. S. 21-43.
- [36] DANGERMOND, J. : The Commercial Setting of GIS. In: Maguire, D. J. (Hrsg.); Goodchild, M, F. (Hrsg.); Rhind, D. W. (Hrsg.): Geographical Information Systems. Vol. 1. Principles. Longman Scientific and Technical, Longman Group Ltd. Essex, S. 55-65.
- [37] DAVIES, W. K. D. (Hrsg.): *The Conceptual Revolution in Geography*. University of London Press Ltd. London, 1972.
- [38] DIEUDONNÉ, J. : *Geschichte der Mathematik. 1700-1900. Ein Abriß*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1985.
- [39] DUNCAN, O. D. ; CUZZORI, R. P. ; DUNCAN, B. : *Statistical Geography. Problems in Analyzing Areal Data*. Greenwood Press, Inc. Westport, 1961. Reprinted 1977.
- [40] FISCHER, M. M. (Hrsg.) ; SIKOS, T. (Hrsg.) ; BASSA, L. (Hrsg.): *Recent Developments in Spatial Information, Modelling and Processing*. Geomarket Co. Budapest, 1995.

- [41] FISHER, P. F.: Spatial Data Sources and Data Problems. In: Maguire, D. J. (Hrsg.); Goodchild, M, F. (Hrsg.); Rhind, D. W. (Hrsg.): Geographical Information Systems. Vol. 1. Principles. Longman Scientific and Technical, Longman Group Ltd. Essex, 1994. S. 175-189.
- [42] FRANKHAUSER, P. : Fractal Analysis of Urban Structures. In: Holm, E. (Hrsg.): Modelling Space and Networks. Progress in Theoretical and Quantitative Geography. Proceedings from the 7th Colloquium of Theoretical and Quantitative Geography. Stockholm, September 1991. Gerum Kulturgeografi. Umea, 1997.
- [43] FRANKHAUSER, P. : Fractal Geometry for Measuring and Modelling Urban Patterns. In The Dynamics of Complex Urban Systems. Physica Verlag. Heidelberg, 2008. S. 213-243.
- [44] GELLERT, W. (Hrsg.) ; KÜSTNER, H. (Hrsg.) ; HELLWICH, M. (Hrsg.) ; KÄSTNER, H. (Hrsg.): *Kleine Enzyklopädie Mathematik*. VEB Bibliographisches Institut. Leipzig, 1974.
- [45] GELLERT, W. (Hrsg.) ; KÄSTNER, H. (Hrsg.) ; NEUBER, S. (Hrsg.): *Lexikon der Mathematik*. VEB Bibliographisches Institut. Leipzig, 1979.
- [46] GIESE, E. : The Development and Present State of Research Into 'Quantitative Geography' in the German-Speaking Countries. In: German Quantitative geography. Papers presented at the 2nd European Conference on 'Theoretical and Quantitative Geography' in Cambridge 1980: In Münsterische Geographische Arbeiten. Heft 11. Münster, 1981. S. 9-25.
- [47] GIESE, E. (Hrsg.): *Symposium "Quantitative Geographie" Gießen 1974. Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung mathematisch-statistischer Methoden in der Geographie*. Selbstverlag des Geographischen Instituts der Justus Liebig-Universität Gießen, 1975.
- [48] GOODCHILD, M. F.: The Technological Setting of GIS. I In: Maguire, D. J. (Hrsg.); Goodchild, M, F. (Hrsg.); Rhind, D. W. (Hrsg.): Geographical Information Systems. Vol. 1. Principles. Longman Scientific and Technical, Longman Group Ltd. Essex, S. 45-54.
- [49] GOTTWALD, S. (Hrsg.) ; ILGAUDS, H.-J. (Hrsg.) ; KARL-HEINZ-SCHLOTE (Hrsg.): *Lexikon bedeutender Mathematiker*. Bibliographisches Institut. Leipzig, 1990.
- [50] HAGGETT, P. : *Einführung in die kultur- und sozialgeographische Regionalanalyse*. Walter de Gruyter. Berlin, New York, 1973.
- [51] HAGGETT, P. : *The Geographer's Art*. Basil Blackwell Ltd. Oxford, 1990.

- [52] HAKE, G. : *Kartographie II*. Walter de Gruyter. Berlin, New York, 1985.
- [53] HARVEY, D. : *Explanation in Geography*. Edward Arnold. London, 1973.
- [54] HOECHSTETTER, S. ; WALZ, U. : Werkzeuge und Methoden zur Analyse von dreidimensionalen Landschaftsstrukturen. http://www2.ioer.de/recherche/pdf/2006_hoechstetter_walz_3d-landschaftsstrukturen.pdf. – Abrufdatum: 10.05.2012.
- [55] HOLM, E. (Hrsg.): *Modelling Space and Networks. Progress in Theoretical and Quantitative Geography. Proceedings from the 7th Colloquium of Theoretical and Quantitative Geography. Stockholm, September 1991*. Kulturgeografiska institutionen. Umea universitet. Umea, 1997.
- [56] JAMES, P. E.: *All possible Worlds. A History of Geographical Ideas*. The Odyssey Press. A Division of the Bobbs-Merrill Comp., Inc. Indianapolis, New York, 1972.
- [57] JUSCHKEWITSCH, A. P.: *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. Leipzig, 1964.
- [58] KAPPLER, O. : Die fallbasierte Expertensystemshell InfoClas als Beispiel für ein GIS-Erweiterungsmodul. In: Aurada, K. (Hrsg.): Beiträge des 10. Kolloquiums für Theorie und quantitative Methoden in der Geographie (Göhren auf Rügen, 23.-26.02.1994). Greifswalder Geographische Arbeiten. Heft 11. Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, 1994. S. 147 - 160.
- [59] KAPPLER, O. : Gestaltsmaße für die Bewertung von Landschaftsräumen. In: Margraf, O. (Hrsg.); Lenz, S. (Hrsg.): Quantitative Methoden und geographische Landschaftsforschung. Ergebnisse zur Modellierung von Landschaftselementen. Mannheimer Geographische Arbeiten. Heft 49. Mannheim, 1999. S. 17 - 35.
- [60] KAPPLER, O. : GIS-gestützte Verfahren zur Ausgrenzung und Bewertung von unzerschnittenen und störungsarmen Landschaftsräumen für Wirbeltierarten und -populationen mit großen Raumansprüchen. In: Kratz, R. (Hrsg.); Suhling, F. (Hrsg.): GIS im Naturschutz: Forschung, Planung, Praxis. Westarp-Wiss. Magdeburg, 1997. S. 77-94.
- [61] KAPPLER, O. : *Landscape-Measures. Testset für Landschaftsmaße*. <http://www.kapplers.de/html/Landscape-Measures.aspx>. – Abrufdatum: 08.11.2014.
- [62] KAPPLER, O. : Mathematik und Geographie - eine zweitausendjährige Partnerschaft I. In: alpha, 25. Berlin, 1991. Nr. 2, S. 36-37. http://www.kapplers.de/html/d1/Mathematik_Geographie_Teil1.aspx. – Abrufdatum: 14.11.2014.

- [63] KAPPLER, O. : Mathematik und Geographie - eine zweitausendjährige Partnerschaft II. In: alpha, 25. Berlin, 1991. Nr. 3, S. 64-65. http://www.kapplers.de/html/d1/Mathematik_Geographie_Teil2.aspx. – Abrufdatum: 14.11.2014.
- [64] KAPPLER, O. : Mehr als 20 Jahre deutschsprachige und 18 Jahre europäische Colloquia zur Theoretischen und Quantitativen Geographie - ein Zwischenresümee. In: Theorie und Quantitative Methodik in der Geographie. Tagungsband 11. Deutschsprachiges Kolloquium des Arbeitskreises. Leipzig/Naunhof, 28.02.-02.03.1996. Beiträge zur Regionalen Geographie. Nr. 42. Institut für Länderkunde Leipzig, 1996. S. 10-18.
- [65] KAPPLER, O. : Some methods for the determination and the evaluation of non-fragmented and minimal disturbed landscape areas. In: CyberGeo - European Journal for Geography. Paris, 1998. <http://cybergeog.revues.org/1572>. – Abrufdatum: 11.11.2014.
- [66] KAPPLER, O. : Zum 150. Geburtstag von Hermann Wagner. In: Geographische Berichte. Nr. 37-4. 1990. S. 280. http://kapplers.de/html/d1/Hermann_Wagner_150.aspx. – Abrufdatum: 17.11.2014.
- [67] KAPPLER, O. ; MARGRAF, O. : The Use of the Case-Based Reasoning Expert System Shell InfoClas in Solving Geographical Problems. In: Fischer, M. M. (Hrsg.); Sikos, T. (Hrsg.); Bassa, L. (Hrsg.): Recent Developments in Spatial Information, Modelling and Processing. Budapest, 1995. S. 86-104.
- [68] KILCHENMANN, A. : *Die Szene der Quantitativ-Theoretischen Geographie im deutschsprachigen Raum - eine Dokumentation. Teil A: Forschungsdokumentation 80*. In: Karlsruher Manuskripte zur Mathematischen und Theoretischen Wirtschafts- und Sozialgeographie. Heft 44. Geographisches Institut der Universität Karlsruhe, 1980.
- [69] KILCHENMANN, A. : *Die Szene der Quantitativ-Theoretischen Geographie im deutschsprachigen Raum - eine Dokumentation. Teil B: Forschungsdokumentation 80*. In: Karlsruher Manuskripte zur Mathematischen und Theoretischen Wirtschafts- und Sozialgeographie. Heft 45. Geographisches Institut der Universität Karlsruhe, 1980.
- [70] KING, L. J.: *Statistical Analysis in Geography*. Prentice hall, Inc. Englewood Cliffs. N.J., 1969.
- [71] KLUG, H. ; LANGANKE, T. ; LANG, S. : IDEFIX - Integration einer Indikatorendatenbank für landscape metrics in ArcGIS 8.x. In: Strobl, S. (Hrsg.); Blaschke, T. (Hrsg.); Griesebner, G. (Hrsg): Angewandte Geografische Informationsverarbeitung XV.

- Salzburg, 2003. S. 224-233. ftp://193.175.153.195/pub/out/lisa/duehnelt/indikatoren/pdfs/Klug_et_al_Agit_2003.pdf. – Abrufdatum: 07.11.2014.
- [72] KRATZ, R. (Hrsg.) ; SUHLING, F. (Hrsg.): *Geographische Informationssysteme im Naturschutz: Forschung, Planung, Praxis*. Westarp Wissenschaften. Magdeburg, 1997.
- [73] KRÖNERT, R. (Hrsg.): *Quantitative Methoden der Prozeßforschung in der Geographie und ihre Anwendung in der Territorial- und Landschaftsplanung. (5. - 8. April 1987 in Eisenach)*. In: Wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für Geographie und Geoökologie der Akademie der Wissenschaften der DDR. Heft 22. Leipzig, 1987.
- [74] LANDESAMT FÜR UMWELT UND NATUR MECKLENBURG-VORPOMMERN (Hrsg.): *Biotopkartierung durch CIR-Luftbilddauswertung in Mecklenburg-Vorpommern. Teil I: Methodische Grundlagen*. In: Schriftenreihe des Landesamtes für Umwelt und Natur Mecklenburg-Vorpommern. Heft 1. 1995.
- [75] LANG, S. ; BLASCHKE, T. : *Landschaftsanalyse mit GIS*. Eugen Ulmer. Stuttgart, 2007.
- [76] LANG, S. ; THIEDE, D. : vLATE Extensions für ArcGIS - vektorbasiertes Tool zur quantitativen Landschaftsstrukturanalyse. CD-ROM. In: Lang, S.; Blaschke, T.: *Landschaftsanalyse mit GIS*. Eugen Ulmer. Stuttgart, 2007.
- [77] LESER, H. : *Landschaftsökologie*. 3. Auflage. Eugen Ulmer. Stuttgart, 1991.
- [78] LEYKAUF, J. (Hrsg.) ; SCHOLZ, D. (Hrsg.): *Quantitative Methoden der Strukturfor-schung in ihrer Anwendung in der Geographie und Territorialplanung*. In: Kongress- und Tagungsberichte der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, 1985.
- [79] LISS, E. : *Albert Einsteins Weisheiten und Ansichten. Eine Zitate-Anthologie im LISS-Kompendium*. <http://www.liss-kompendium.de/zitate/einstein-zitate.htm>. – Abrufdatum: 08.11.2014.
- [80] LÖSCH, A. : *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft. Eine Untersuchung über Standorte, Wirtschaftsgebiete und internationalen Handel*. Verlag von Gustav Fischer. Jena, 1940.
- [81] MAGUIRE, D. J. (Hrsg.) ; GOODCHILD, M. F. (Hrsg.) ; RHIND, D. W. (Hrsg.): *Geographical Information Systems. Vol. 1. Principles*. Longman Scientific and Technical, Longman Group Ltd. Essex, 1994.
- [82] MANDELBROT, B. B.: *Die fraktale Geometrie der Natur*. Akademie-Verlag. Berlin, 1987.

- [83] MARGRAF, O. : Quantitative Geographie - ein systemtheoretisches Konstrukt. In: Kooperation und Integration. Beiträge zum 16. Kolloquium Theorie und quantitative Methoden in der Geographie. Gemeinsame Tagung der Arbeitskreise AK Theorie und Quantitative Methoden in der Geographie und AK Geographische Informationssysteme in der Deutschen Gesellschaft für Geographie (DGfG). In: Greifswalder Geographische Arbeiten. Heft 39. Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, 2006. S. 1-14.
- [84] MCGARIGAL, K. ; MARKS, B. J.: *FRAGSTATS: Spatial Pattern Analysis Program for Quantifying Landscape Structure*. U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Pacific Northwest Research Station. Portland, OR, 1995.
- [85] NAAS, J. (Hrsg.) ; SCHMID., H. (Hrsg.): *Mathematisches Wörterbuch. Band I. A-K*. Bd. 1. Akademie-Verlag Berlin, B.G. Teubner. Stuttgart, 1984.
- [86] NAAS, J. (Hrsg.) ; SCHMID, H. (Hrsg.): *Mathematisches Wörterbuch. Band II. L-Z*. Bd. 2. Akademie-Verlag Berlin B.G. Teubner. Stuttgart, 1984.
- [87] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA: *Landsat Science. History*. http://landsat.gsfc.nasa.gov/?page_id=2281. – Abrufdatum: 27.11.2014.
- [88] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA: *Landsat Science. Landsat 4*. <http://landsat.gsfc.nasa.gov/?p=3178>. – Abrufdatum: 27.11.2014.
- [89] NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA: *Landsat Science. Landsat Timeline*. <http://landsat.gsfc.nasa.gov/?p=3166>. – Abrufdatum: 27.11.2014.
- [90] PUMAIN, D. (Hrsg.): *Spatial Analysis and Population Dynamics. Analyse spatiale et dynamique des populations*. John Libbey Eurotext Ltd. Montrouge, 1991.
- [91] REKTOR DER HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN (Hrsg.): *Mathematische Modellierung in der Geographie*. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Reihe Mathematik/Naturwissenschaften 40. Heft 4, 1991.
- [92] SAUSCHKIN, J. G.: *Studien zu Geschichte und Methodologie der geographischen Wissenschaft*. VEB Hermann Haack Geographisch-Kartographische Anstalt. Gotha, Leipzig, 1978.
- [93] SCHMIDT, G. ; MARGRAF, O. ; BACINSKI, E. : Methoden der Datenererschließung und mathematisch-statistischen Aufbereitung in Geographie und Regionalforschung. In: H. Lüdemann (Hrsg.) : Beiträge zur Geographie. Band 33. Akademie-Verlag. Berlin, 1986.

- [94] SCHREIBER, P. : Zur Geschichte des sogenannten Steiner-Weber-Problems. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Ernst-Moritz-Arndt-Universität. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe 35-3. Greifswald, 1986. S. 53-58.
- [95] SCHREIBER, P. : Zur historischen Entwicklung des Verhältnisses zwischen Mathematik und Geographie. In: Beiträge zur Geschichte, Philosophie und Methodologie der Mathematik (II). Wissenschaftliche Zeitschrift der Ernst-Moritz-Arndt-Universität. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe 38-4. Greifswald, 1989. S. 48-53.
- [96] SCHREIBER, P. : *Grundlagen der Mathematik*. In: Engel, W. (Hrsg.); Brehmer, S. (Hrsg.); Schneider, M. (Hrsg.); Wußing, H. (Hrsg.): Mathematik für Lehrer. Band 12. Studienbücherei. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1977.
- [97] SCHREIBER, P. : *Euklid*. In: Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner. Band 87. BSB B. G. Teubner-Verlagsgesellschaft. Leipzig, 1987.
- [98] SCHUMACHER, U. ; BRÄUER, A. ; BEHNISCH, M. : Zur Analyse der Formkomplexität von Siedlungsstrukturen und ihrer Lage zum Freiraum - Ergebnisse aus Halle (Saale). In: Angewandte Geoinformatik 2012. AGIT 2012 - Symposium und Fachmesse Angewandte Geoinformatik. Salzburg, 2012. S. 795-800. http://gispoint.de/fileadmin/user_upload/paper_gis_open/537520084.pdf. – Abrufdatum: 07.12.2014.
- [99] STEINFELD, T. : *Abstrakte Radian zur Beschreibung ebener Figuren*. http://www.mathepedia.de/Abstrakte_Radian_zur_Beschreibung_ebener_Figuren.aspx. – Abrufdatum: 19.08.2012.
- [100] STEINFELD, T. : *Flächen- und Umfangsradius*. http://www.mathepedia.de/Flaechen-_und_Umfangsradius.aspx. – Abrufdatum: 19.08.2012.
- [101] STEINFELD, T. : *Umkreisradius*. <http://www.mathepedia.de/Umkreisradius.aspx>. – Abrufdatum: 19.08.2012.
- [102] STEINHARDT, U. ; BARSCH, H. ; BLUMENSTEIN, O. : *Lehrbuch der Landschaftsökologie*. 2. Auflage. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg, 2012.
- [103] STROBL, J. (Hrsg.) ; DOLLINGER, F. (Hrsg.): *Angewandte Geographische Informationsverarbeitung*. Beiträge zum AGIT-Symposium Salzburg '98. Wichmann. Heidelberg, 1998.
- [104] STROBL, J. ; VOGEL, M. ; BLASCHKE, T. : Einführung in das Thema. In: GIS in Naturschutz und Landschaftspflege. Laufener Seminarbeiträge 4/96. Bayerische Akademie für Naturschutz und Landschaftspflege (ANL). Laufen/Salzach, 1996. S. 5-6.

- [105] STRUIK, D. J.: *Abriß der Geschichte der Mathematik*. 7. Auflage. Studienbücherei. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1980.
- [106] SYRBE, R.-U. ; ULLRICH, F. : Untersuchungen des Landschaftswandels anhand von Landschaftsstrukturmaßen mittels digitalisierter historischer Karten am Beispiel des TK25-Blattes Plauen. In: Beiträge zur Theorie und quantitativen Methodik in der Geographie. IÖR Schriften. Band 57. Berlin, 2011. S. 151-180.
- [107] THÜNEN, J. H.: *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und National-ökonomie*. 5., unveränderte Auflage. Scientia Verlag. Aalen, 1990.
- [108] UUEMAA, E. ; ANTROP, M. ; ROOSAARE, J. ; MARJA, R. ; MANDER, Ü. : Landscape Metrics and Indices: An Overview of Their Use in Landscape Research. In: Living Reviews in Landscape Research. 3-1. 2009. <http://landscaperesearch.livingreviews.org/Articles/lrlr-2009-1/>. – Abrufdatum: 29.11.2014.
- [109] VOGEL, M. ; BLASCHKE, T. : GIS in Naturschutz und Landschaftspflege: Überblick über Wissensstand, Anwendungen und Defizite. In: GIS in Naturschutz und Landschaftspflege. Laufener Seminarbeiträge 4/96. Bayerische Akademie für Naturschutz und Landschaftspflege (ANL). Laufen/Salzach, 1996. S. 7-19.
- [110] WALZ, U. : Landschaftsstruktur - Zwischen Theorie und Praxis. In: Kleinschmidt, B. (Hrsg.); Walz, U. (Hrsg.): Landschaftsstrukturmaße in der Umweltplanung. Beiträge zum Workshop der IALE-AG Landschaftsstruktur - Berlin 2006. Landschaftsentwicklung und Umweltforschung. Schriftenreihe der Fakultät Architektur Umwelt Gesellschaft der Technischen Universität Berlin. Band S 19. Berlin, 2006. S. 4 - 17.
- [111] WALZ, U. : Ableitung von Indikatoren zur Landschaftsstruktur aus Fernerkundungsdaten und anderen Flächeninformationssystemen. In: Angewandte Geographische Informationsverarbeitung. Beiträge zum AGIT-Symposium Salzburg '98. Wichmann. Heidelberg, 1998. S. 403-409.
- [112] WALZ, U. : Erfassung und Bewertung der Landnutzungsstruktur. In: Erfassung und Bewertung der Landschaftsstruktur - Auswertung mit GIS und Fernerkundung. In: IÖR-Schriften. Band 29. Dresden, 1999. S. 1-8.
- [113] WALZ, U. : Landscape Structure, Landscape Metrics and Biodiversity. In: Living Reviews in Landscape Research 3. 2011. <http://landscaperesearch.livingreviews.org/Articles/lrlr-2011-3/download/lrlr-2011-3Color.pdf>. – Abrufdatum: 16.11.2014.
- [114] WALZ, U. (Hrsg.): *Erfassung und Bewertung der Landschaftsstruktur - Auswertung mit GIS und Fernerkundung*. In: IÖR-Schriften Band 29. Dresden, 1999.

- [115] WATERSTRAAT, A. ; BAIER, H. ; HOLZ, R. ; SPIESS, H.-J. ; ULBRICHT, J. : Unzerschnittene, störungsarme Landschaftsräume - Versuch der Beschreibung eines Schutzgutes. In: Die Bedeutung unzerschnittener, störungsarmer Landschaftsräume für Wirbeltierarten mit großen Raumansprüchen - ein Forschungsprojekt. Schriftenreihe des Landesamtes für Umwelt und Natur Mecklenburg-Vorpommern 1. Güstrow-Gülzow, 1996. S. 5-24.
- [116] WELZL, E. : Smallest enclosing disks (balls and ellipsoids). In: Maurer, H. (Hrsg.): New Results and New Trends in Computer Science. Lecture notes in Computer Science. Nr. 555. 1991. S. 359-370.
- [117] WENTZ, E. A.: A Shape Definition for Geographic Applications Based on Edge, Elongation and Perforation. In: Geographical Analysis. Nr. 32-2. 2000. S. 95-112. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1538-4632.2000.tb00419.x/pdf>. – Abrufdatum: 16.11.2014.
- [118] WUSSING, H. : *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*. In: Engel, W. (Hrsg.); Brehmer, S. (Hrsg.); Schneider, M. (Hrsg.); Wußing, H. (Hrsg.): Mathematik für Lehrer. Band 13. Studienbücherei. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1979.
- [119] YEATES, M. : *An Introduction to Quantitative Analysis in Human Geography*. McGraw-Hill, Inc. New York, 1974.
- [120] ZARAGOZI, B. ; BELDA, A. ; LINARES, J. ; MARTINEZ-PEREZ, J. E. ; NAVARRO, J. ; ESPARZA, J. : A free and open source programming library for landscape metrics calculations. In: Elsevier. Environmental Modelling & Software 31. 2012. S. 131-140. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364815211002209>. – Abrufdatum: 12.11.2014.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Illustration der verwendeten Parameter für die Berechnung erster Gestaltsmaße nach [50], S. 285	18
1.2	Die Methode von Boyce und Clark (1964) nach [93], S. 162 ff.	19
1.3	Die Methode von W. Bunge (1962/66) nach [28], S. 72ff	21
3.1	Auswahl möglicher Testfiguren	53
3.2	Beispielraum - Landnutzungsdaten (Datenquelle [75])	55
3.3	Ausgewählte Testfiguren zur Veranschaulichung der Grundmaße	57
3.4	Flächenradien ausgewählter Testfiguren	59
3.5	Flächenradien der Testfiguren	60
3.6	Flächenradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])	61
3.7	Umfangsradien ausgewählter Testfiguren	62
3.8	Umfangsradien der Testfiguren	63
3.9	Umfangsradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])	65
3.10	Inkreisradien ausgewählter Testfiguren	69
3.11	Inkreisradien der Testfiguren	70
3.12	Inkreisradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])	71
3.13	Umkreisradien ausgewählter Testfiguren	74
3.14	Umkreisradien der Testfiguren	75
3.15	Umkreisradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])	77
3.16	Centroidradien der Testfiguren	78
3.17	Centroidradien ausgewählter Testfiguren	79
3.18	Centroidradien der Patches im Beispielgebiet (Datenquelle [75])	81
3.19	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Flächenradius bzw. des Umfangs- radius von den jeweils anderen vier Grundmaßen zeigen	85
3.20	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Inkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen	86
3.21	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Umkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen	86
3.22	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Centroidradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen	87

3.23	Beispiel für Größenbeziehungen zwischen den Radien umschreibender Kreise	89
3.24	Die Anwendung von „FRAC“ $FRAC = \frac{2 \cdot \ln(0,25 \cdot P_R)}{\ln A_R}$ auf die Testfiguren . .	98
3.25	Die Anwendung des „Konturindex“ $L = r_A^{-1} \cdot r_P^1$ auf die Testfiguren	99
4.1	Von den Grundmaßen zur komplexeren Bewertung der Patches	102
4.2	Vorgehensweise bei der Suche nach dem passenden Landschaftsmaß	104
4.3	Die Anwendung von L_1 auf die Testfiguren	110
4.4	Die Anwendung von $L_2 = 10^{-5} \cdot \frac{r_A^4 \cdot r_I \cdot r_C}{r_P \cdot r_O^2}$ auf die Testfiguren	114
4.5	Die Anwendung von $L_2 = 10^{-3} \cdot \frac{r_A^4 \cdot r_I \cdot r_C}{r_P \cdot r_O^2}$ auf die Patches des Untersuchungsraumes	115
4.6	Die Anwendung des modifizierten Circle Shape Index $CSI \cdot r_A^2 \cdot \frac{1}{500}$ auf die Testfiguren	117
4.7	Die Anwendung des modifizierten $CSI \cdot r_A^2 \cdot \frac{1}{20}$ auf die Patches im Untersuchungsraum	118

Tabellenverzeichnis

2.1	Beispiel für die Einteilung der Landschaftsmaße mit Bezug auf die Betrachtungsebenen ([110], S. 7 - minimal verändert)	39
3.1	Die fünf Grundmaße für die Testfiguren	82
3.2	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Flächenradius bzw. des Umfangsradius von den jeweils anderen vier Grundmaßen zeigen	85
3.3	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Inkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen	86
3.4	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Umkreisradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen	87
3.5	Testfiguren, die die Unabhängigkeit des Centroidradius von den anderen vier Grundmaßen zeigen	87
3.6	Übersicht über Maße, die aus den Grundmaßen abgeleitet werden können	93
3.7	Angabe der Grundformelparameter α und K sowie der jeweiligen Exponenten für Landschaftsmaße, die mit Hilfe der Grundformel direkt auf die Grundmaße zurückgeführt werden können	94
3.8	Testfiguren, die von den Landschaftsmaßen aus 3.7 jeweils gleich bewertet werden würden	96
3.9	Testfiguren, die von den Landschaftsmaßen aus 3.6, die nicht über die Grundformel auf die Grundmaße zurückgeführt werden können, jeweils gleich bewertet werden würden	96
3.10	Werte von „FRAC“ und „Konturindex“ für die Testfiguren	100
4.1	Anwendungen der verschiedenen Landschaftsmaße auf die Testfiguren	112

Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere, dass ich die Dissertation selbstständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt habe.

Olaf Kappler

17.12.2014